PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 5. 1. März 1911. Redaktionsschluß für No. 6 am 4. März 1911. 12. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

R. A. Millikan u. H. Fletcher, Ursachen der scheinbaren Unstimmigkeiten zwischen neueren Arbeiten über *e*. S. 161.

J. Kutschewski, Notiz über Geschwindigkeitsänderung von Kanalstrahlen. S. 163.

W. v. Ignatowsky, Zur Elastizitätstheorie vom Standpunkte des Relativitätsprinzips. S. 164.

V. Varičak, Zum Ehrenfestschen Paradoxon. S. 169.

A. Wegener, Untersuchungen über die Natur der obersten Atmosphärenschichten. I. S. 170.

B. Walter, Über das Verhältnis des Argons und des Stickstoffs in den Quellgasen. S. 178.

W. Knoche, Einige Bestimmungen der elektrischen Leitfähigkeit in der bolivianischen Hochkordillere. S. 179.

G. Looser, Über die Helligkeitsempfindlichkeitskurve des Auges. S. 183.

W. Volkmann, Über Spiegelablesungen mit mehrfacher Spiegelung. S. 183.

G. Seibt, Der radiotelegraphische Gleichstrom-Tonsender. S. 184.

Vorträge und Reden:

H. Lorenz, Die Theorie in der Technik mit besonderer Berücksichtigung der Entwickelung der Kreiselräder. S. 185.

Besprechungen:

A. Kalähne, Grundzüge der mathematisch-physikalischen Akustik. I. S. 192.

H. Starke, Experimentelle Elektrizitätslehre. S. 192.

E. Pringsheim, Physik der Sonne. S. 192.

Personalien. S. 192.

Gesuche. S. 192.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Ursachen der scheinbaren Unstimmigkeiten zwischen neueren Arbeiten über *e*.
(Causes of apparent discrepancies in recent work on *e*.)

Von R. A. Millikan und Harvey Fletcher.

Da die Ergebnisse, die Ehrenhaft[1]) bei seiner Arbeit über *e* erhalten hat, den Schlüssen zu widersprechen scheinen, die wir aus unseren Beobachtungen gezogen haben[2]), so ist es vielleicht der Mühe wert, die Aufmerksamkeit auf die Ähnlichkeiten und die Verschiedenheiten zwischen den beiden Untersuchungen zu lenken, und zu zeigen, worin nach unserer Ansicht die Ursache für die Unstimmigkeiten liegt, die sich zwischen den Ergebnissen finden.

Die Ähnlichkeit zwischen den beiden Untersuchungen besteht darin, daß in beiden Fällen die Beobachtungen, aus denen *e* abgeleitet wird, nunmehr sämtlich an einem einzelnen geladenen Teilchen vorgenommen werden. Hierin liegt die wesentliche Änderung gegenüber früheren Untersuchungen über *e*. Diese Änderung hat der eine von uns[3]) im Frühling 1909 eingeführt, noch ehe die ursprüngliche Arbeit von Ehrenhaft[4]) erschienen war, in der dieser Forscher, gleich allen seinen Vorgängern, *e* aus dem durchschnittlichen Verhalten von Schwärmen geladener Teilchen im Gravitationsfelde und im elektrischen Felde ableitete. Erst in seiner jetzigen neuesten Arbeit hat Ehrenhaft seine Anordnung dahin abgeändert, daß er alle seine Beobachtungen, wie es der Eine von uns von Anfang an getan hat, an einem einzigen geladenen Teilchen vornimmt.

Die Verschiedenheiten zwischen den Untersuchungsmethoden sind folgende:

1. Wir arbeiten mit Öltropfen, deren Halbmesser sich zwischen 0,00066 cm und 0,00003 cm bewegen. Ehrenhaft benutzt sehr viel kleinere Teilchen, nämlich solche, deren Halbmesser sich von 0,000028 cm bis 0,000003 cm bewegen.

2. Wir arbeiten mit geringen Vergrößerungen und beobachten die Zeiten für den Fall und das Aufsteigen über eine Strecke von 1,3 cm. Ehrenhaft verwendet ein Ultramikroskop und beobachtet die Zeiten für den Fall und das Aufsteigen über eine äußerst winzige Strecke von ungefähr 0,01 cm.

3. Wir beobachten ein einzelnes Teilchen 4—5 Stunden lang und hemmen seine Fall- und seine Steiggeschwindigkeit sehr viele Male. Ehrenhaft beobachtet ein einzelnes Teilchen höchstens eine Minute lang ununterbrochen, wie es der eine von uns vor zwei Jahren bei der ersten Arbeit über einzelne Teilchen getan hat, und erhält die Zeit für seinen Fall und sein Aufsteigen nur einmal.

4. Wir beobachten den Vorgang der Aufnahme von Ionen aus der Luft und bestimmen die Ladungen, die von diesen aufgefangenen Ionen getragen werden. Ehrenhaft macht keine Untersuchungen über die Aufnahme von Ionen und die von diesen getragenen Ladungen, sondern ermittelt nur die Einzelladung, die das Teilchen während der Beobachtungsminute trägt.

1) Diese Zeitschr. **11**, 940, 1910.
2) Science (Nr. 5) **32**, 436, 1910; diese Zeitschr. **11**, 1097, 1910.
3) Millikan, Phys. Rev. **29**, 560, 1909; Phil. Mag., Febr. 1910.
4) Ehrenhaft, diese Zeitschr. **10**, 308, 1909.

5. Wir erhalten eine Beobachtungsreihe, die uns in den Stand setzt, das Stokessche Gesetz zu korrigieren. Ehrenhaft nimmt die Gültigkeit des Stokesschen Gesetzes an.

Diese Verschiedenheiten genügen unseres Erachtens, um die scheinbaren Unstimmigkeiten zwischen unsern Ergebnissen zu erklären. Diese Unstimmigkeiten bestehen in erster Linie darin, daß unsere Tabellen so schöne und genaue multiple Beziehungen zwischen sämtlichen elektrischen Ladungen aufweisen, wie man sie zwischen den Atomgewichten findet, und daß sie anscheinend mit Sicherheit der elektrischen Elementarladung den Wert $4{,}89 \cdot 10^{-10}$ zuschreiben, während Ehrenhafts Beobachtungen solch gewaltige Unregelmäßigkeiten aufweisen, daß er dadurch zu dem Schlusse geführt wird, daß die elektrische Elementarladung, falls es eine solche überhaupt gibt, viel kleiner ist als der Wert, der ihr durch unsere Beobachtungen zugeteilt wird.

Die Versuche, die wir hiermit der Öffentlichkeit übergeben, lassen die Ursache dieser Unregelmäßigkeiten deutlich zutage treten.

Der Grund dafür, daß wir bisher keine Angaben über Tropfen veröffentlicht haben, die kleiner sind als $a = 0{,}00003$ cm, ist der, daß wir gleich zu Beginn unserer Untersuchungen an Öltropfen fanden, daß die vollkommene Übereinstimmung, welche die bereits veröffentlichten Tabellen in den aufeinanderfolgenden Werten für die Fallgeschwindigkeit im Gravitationsfelde zeigen, nicht mehr erhalten werden konnte, wenn Teilchen zur Verwendung gelangten, die kleiner waren als etwa $a = 0{,}0001$ cm. Weiter fanden wir, daß diese Unregelmäßigkeiten immer größer und größer wurden in dem Maße, wie wir die Entfernung zwischen den Mikrometerfäden verringerten. Wir geben hier nur eine einzige Tabelle aus einer Menge von uns aufgenommener wieder, um diesen Sachverhalt zu veranschaulichen. Man wird aus dieser Tabelle ersehen, daß, während der Tropfen, auf den sich diese Tabelle bezieht, nur eine einzige Elementarladung trug, es den Anschein haben würde, als ob der Wert dieser Ladung, falls man ihn, wie es in der Arbeit von Ehrenhaft geschieht, unter der Annahme der Gültigkeit des Stokesschen Gesetzes aus einzelnen Beobachtungen ableiten würde, zwischen $5{,}2 \cdot 10^{-10}$ und $11{,}6 \cdot 10^{-10}$ schwankte, und ebenso, daß es den Anschein haben würde, als ob der Wert der doppelten Ladung zwischen $12{,}7 \cdot 10^{-10}$ und $19{,}8 \cdot 10^{-10}$ schwankte.

Der Grund für diese Unregelmäßigkeiten ist darin zu suchen, daß bei dem geringen Abstand der Mikrometerfäden und den kleinen Tropfen, die hier zur Anwendung gelangt sind

Tabelle I.

Plattenabstand = 1,600 cm
Abstand der Mikrometerfäden = 0,0146 „
Spannung in Volt = 326,
Halbmesser des Tropfens = 0,00004 cm

G.	F.	e_1	G.	F.	e_2
10,3	10,6	$5{,}25 \cdot 10^{-10}$	6,5	3,6	$14{,}9 \cdot 10^{-10}$
7,7	20,0	$5{,}42$ „	6,0	2,6	$19{,}8$ „
6,8	13,2	$7{,}52$ „	8,4	3,0	$13{,}8$ „
5,6	13,4	$9{,}40$ „	5,6	3,0	$18{,}8$ „
8,3	8,8	$7{,}15$ „	6,4	3,0	$15{,}1$ „
5,0	11,5	$11{,}3$ „	6,0	3,6	$15{,}9$ „
7,8	16,5	$5{,}87$ „	7,2	4,3	$12{,}2$ „
6,8	11,2	$8{,}0$ „	6,5	3,3	$15{,}8$ „
5,7	7,2	$11{,}6$ „	7,8	3,0	$14{,}4$ „
4,7	13,0	$12{,}1$ „	8,2	3,4	$12{,}7$ „
7,3	13,2	$6{,}95$ „	5,5	2,7	$13{,}9$ „
7,4	15,4	$6{,}50$ „			
Mittelwert $e_1 = 7{,}8 \cdot 10^{-10}$			Mittelwert $e_2 = 15{,}2 \cdot 10^{-10}$		

(ersterer ist derselbe, wie man ihn in der Ehrenhaftschen Arbeit findet, letztere sind drei- bis viermal so groß wie seine Tropfen im Durchschnitt), die Verschiebungen der Tropfen infolge der Brownschen Bewegung mit den Verschiebungen vergleichbar werden, die während der Beobachtungszeit seitens der äußeren Kräfte hervorgerufen werden. Daß dies die richtige Erklärung ist, wird qualitativ durch den Umstand dargetan, daß die Unregelmäßigkeiten in dem Maße immer größer werden, wie der Abstand zwischen den Mikrometerfäden und die Tropfengröße abnehmen (vergleiche hierzu die Einsteinsche Formel $x^2 = \frac{RT\tau}{N 3\pi\mu a}$), und quantitativ und bündig durch die vollkommene Übereinstimmung, die sich zwischen der beobachteten Verteilung der Zeiten für den Fall und das Aufsteigen durch den Raum zwischen den Fäden und der Verteilung zeigt, die der eine von uns aus der Theorie der Brownschen Bewegung (vergleiche hierzu die Arbeit in der nächsten Nummer dieser Zeitschr.) abgeleitet hat.

Die Unregelmäßigkeiten in den Ergebnissen Ehrenhafts liefern sonach durchaus keinerlei Beweis gegen irgendeinen der aus unseren Daten gezogenen Schlüsse. Die Tatsache, daß Ehrenhaft an leichten Teilchen (Phosphornebel) viel stärkere Brownsche Bewegungen beobachtete als an den schweren Platin- und Goldteilchen, beruht vermutlich auf dem Umstande, daß — da ja die kinetische Energie der Bewegung für sämtliche Teilchen dieselbe ist — die Geschwindigkeit der Bewegung für Teilchen von demselben Halbmesser der Quadratwurzel aus ihrer Masse umgekehrt proportional ist, während die Mitführung durch die Brownsche Bewegung in der Zeit τ, wie es die Einstein-

sche Formel $\bar{x}^2 = \frac{RT\tau}{N 3\pi\mu a}$ zeigt, unabhängig von der Masse und für alle Teilchen mit demselben a dieselbe ist.

Die zwischen April und Juni des Jahres 1910 ausgeführten Beobachtungen von Przibram[1]) wurden unter Bedingungen angestellt, die praktisch mit denen identisch waren, die der eine von uns in der Arbeit benutzt hat, die er im Oktober 1909 vorgelegt hat, mit der Ausnahme, daß die Vergrößerung, die Przibram angewandt hat, etwas größer war, und daß die Durchmesser seiner Tropfen nur $^1/_3$ so groß waren. Seine Tropfen wurden auch auf andere Weise gebildet. Er erhielt übereinstimmendere Ergebnisse als Ehrenhaft, weil er größere Teilchen benutzte. Die Tabellen V und VI seiner Arbeit, in denen er die einzigen Beobachtungen verzeichnet hat, die bis zu zweimal an demselben Teilchen angestellt wurden, zeigen jedoch Abweichungen bis zu 40 v. H. zwischen aufeinanderfolgenden Zeitmessungen. Diese Tabellen weisen auch Abweichungen von 83 v. H. zwischen den ermittelten Werten von e auf und eine durchschnittliche Abweichung um 12,4 v. H. Der einzige Weg, auf dem sich derartige Daten behandeln lassen, wenn anders aus ihnen Ergebnisse von irgendwelcher Bedeutung hergeleitet werden sollen, ist der, daß man Durchschnittswerte aus einer größeren Anzahl von Beobachtungen an demselben Teilchen nimmt, oder — da man im vorliegenden Falle über solche nicht verfügt, — Durchschnittswerte aus möglichst vielen Beobachtungen an verschiedenen Teilchen. Der Mittelwert von e_1, den Przibram erhält, indem er die Ergebnisse von 1000 Beobachtungen an „Phosphornebel" vom mittleren Halbmesser 0,000054 cm aufträgt, ist $6{,}0 \cdot 10^{-10}$, ein Wert, der, wie aus Fig. 2 der Arbeit des einen von uns[2]) ersichtlich ist, vollkommen mit unseren Ergebnissen übereinstimmt.

Das einzige Ergebnis, das etwa aus den Wiener Arbeiten hervorgeht, und das sich nicht ohne weiteres auf Grund der Kleinheit der verwendeten Teilchen in Verbindung mit den Gesetzen, denen die Brownsche Bewegung gehorcht, voraussagen ließ, ist der Umstand, daß einige der Ehrenhaftschen Unregelmäßigkeiten um kleinere Werte von e_1 schwanken als irgendwelche in unseren Tabellen angegebene. Es ist indessen zu bemerken, daß die an derselben Substanz — nämlich an Phosphornebel — ausgeführten Beobachtungen von Przibram um den richtigen Wert schwanken. Sonach ist es angesichts erstens der Unstimmigkeit zwischen dem von Ehrenhaft und von Przibram an derselben Substanz gewonnenen Ergebnisse, angesichts zweitens der Unsicherheit hinsichtlich der Dichte und der Kugelform ultramikroskopischer Teilchen, und angesichts drittens unser derzeitigen vollkommenen Unkenntnis der Gesetze der Bewegung solcher Teilchen, zumal in geladenem Zustande[1]), in einem Widerstand bietenden Medium — klar, daß weder die Arbeit von Ehrenhaft noch die von Przibram irgend etwas enthält, was ein Mißtrauen gegen die Gültigkeit irgendeiner unserer Schlußfolgerungen erregen könnte.

Der zuerst veröffentlichte Endwert für e war $4{,}901 \cdot 10^{-10}$. Bei Berücksichtigung des Auftriebes der Luft auf unsere Tropfen verringert sich dieser Wert um 0,14 v. H. Eine Neueichung unseres Voltmeters machte eine weitere Korrektion um 0,06 v. H. erforderlich. Unser derzeitiger Wert ist sonach $4{,}891 \cdot 10^{-10}$.

1) Wenn die Teilchen hinreichend klein werden, so würde die scheinbare innerere Reibung des Mediums eine Funktion der Ladung sein.

Chicago, Universität, Ryerson-Laboratorium, 20. Januar 1911.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 3. Februar 1911.)

1) Wien. Ber. **119**, Juni 1910.

2) Die in den letzten acht Zeilen des ersten Absatzes auf S. 1101, Spalte **2**, erwähnten Fehler müssen heißen:

0,5 statt 5
0,5 „ 5
0,4 „ 4.

Der Wert $\mu = 0{,}0001785$ auf S. 1109 gilt für 15° C.

In der vierten Zeile des zweiten Absatzes auf S. 1109 ist e statt e_1 zu setzen.

Notiz über Geschwindigkeitsänderung von Kanalstrahlen.

Von J. Kutschewski.

Wie durch photographische Messungen elektrischer und magnetischer Ablenkungen festgestellt wurde, hat das Kanalstrahlbündel bei Drucken von mehr als etwa 0,002 mm eine Reihe von Geschwindigkeitswerten, die von einem bestimmten Maximalwert aus abnehmen[1]). Die Maximalgröße entspricht einigermaßen, aber nicht exakt, der aus dem Potentialgefälle sich berechnenden Geschwindigkeit. Die bei höheren Drucken auftretende Erscheinung haben

1) Dasselbe ist auch schon aus den Beobachtungen des Dopplereffekts von J. Stark, F. Paschen, B. Strasser und namentlich auf den Photogrammen von Paschen gut zu sehen.

J. Koenigsberger-K. Kilchling[1]) als Dispersion oder Streuung der Geschwindigkeit bezeichnet. Die „mittlere" Geschwindigkeit, d. h. die Summe der Produkte der Geschwindigkeit v mal der Zahl der Teile n, die diese Geschwindigkeit besitzen, durch die Gesamtzahl der Kanalstrahlteile $= \frac{\Sigma v n}{\Sigma n} = \bar{v}$, die aus photographischen Aufnahmen[2]) photometrisch ermittelt werden kann, wird bei unsern Versuchsbedingungen, je höher der Druck, um so kleiner im Vergleich zur Maximalgeschwindigkeit. Umgekehrt hatte ich gefunden, daß „je geringer der Druck im Entladungs- und Beobachtungsraum, um so kleiner sind beide", Geschwindigkeitsstreuung und Geschwindigkeitsabnahme. Es war die nächste Aufgabe, theoretisch und experimentell festzustellen, welche die Ursachen dieser Erscheinung sind, ob sie durch den Druck und die Vorgänge im Entladungsraum vor der Kathode, oder durch den Druck im Beobachtungsraum bedingt sind, wie ich anfänglich geglaubt hatte, und ob primär-positive, neutralisierte und dissoziierte Kanalstrahlen gleichmäßig davon betroffen werden. Erst nach Anwendung einer Kompensations- oder Nullmethode und Herstellung kleiner Drucke im Entladungsraum, sowie großer Drucke im Beobachtungsraum gelangen einwandfreie Messungen, deren experimentelle Einzelheiten und deren Theorie später publiziert werden sollen. Hier seien nur kurz einige Ergebnisse für Wasserstoffkanalstrahlen in Sauerstoff ausgeführt: die Geschwindigkeiten bei den folgenden Versuchen lagen zwischen $2{,}1 \cdot 10^8$ [cm sec] und $4{,}6 \cdot 10^7$.

1. Die Geschwindigkeitsstreuung ist durch die Vorgänge im Entladungsraum bedingt, und tritt dort je nach den Bedingungen bei höheren Drucken oder exakter, bei kleineren Maximalgeschwindigkeiten, stärker auf.

2. Daß bei größeren Drucken die mittlere Geschwindigkeit kleiner als die maximale Geschwindigkeit ist, beruht auf der Geschwindigkeitsstreuung im Entladungsraum.

3. Im Beobachtungsraum kann nach meinen Messungen sich die Geschwindigkeit bei Drucken bis zu 0,007 mm auf einer Strecke von 16 cm nur um weniger als + 2 Proz. ändern. Unter diesen Bedingungen wird in Sauerstoff schon etwa die Hälfte der H-Kanalstrahlen absorbiert. Das gilt für primär positive, neutrale und dissoziierte Teile. Die Zahl der Teile im Kanalstrahl nimmt mit zunehmender Weglänge ab. Das Verhalten der Kanalstrahlen entspricht also in dieser Hinsicht mehr dem der Kathodenstrahlen als dem der α-Strahlen.

4. Die dissoziierten Teile haben bis auf etwa + 3 Proz. dieselbe Geschwindigkeit wie die primär positiven, wie J. Koenigsberger-K. Kilchling schon früher feststellten.

5. Die photographische Wirkung ist nahezu unabhängig von der Ladung der Kanalstrahlen und bei konstanter Geschwindigkeit angenähert nur der Zahl der Kanalstrahlteile proportional.

6. Der Durchgang der Entladung, das Potentialgefälle und damit die Geschwindigkeit der Kanalstrahlen hängt wesentlich von den in und auf dem Metall absorbierten Gasen ab. Man kann z. B. in Sauerstoff die Grenze für das Aussenden der Kathodenstrahlen beim Durchgang der Entladung bei 0,001 mm oder bei 0,004 mm finden, je nach der Gasfreiheit der Kathode.

Freiburg i. Br., Mathem.-physik. Institut.

(Eingegangen 9. Februar 1911.)

1) J. Koenigsberger u. K. Kilchling, Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 995, 1911. Die Dispersion ist schon von J. Koenigsberger und J. Kutschewski (Heidelberg Ak., März 1910, S. 17), dann von H. Dechend und W. Hammer (ebenda Aug. 1910, S. 27), neuerdings von E. Gehrcke u. O. Reichenheim am Doppler-Effekt (Ber. d. D. phys. Ges. 1911, S. 111) der H_2-Strahlen festgestellt worden.

2) Diese Zeitschr. **11**, 666, 1910.

Zur Elastizitätstheorie vom Standpunkte des Relativitätsprinzips.

Von W. v. Ignatowsky.

Es sei ein unter Einfluß von äußeren Kräften bewegtes, elastisches Medium gegeben. Ein Punkt desselben habe die Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$, vom Koordinatensystem K aus beurteilt. Innerhalb dieses Mediums soll ein Vektor $\mathfrak{A}$ verteilt sein. Für ein anderes System K', welches sich in bezug auf K mit einer konstanten Geschwindigkeit q in Richtung des Einheitsvektors $\mathfrak{c}_0$ bewegt, geht $\mathfrak{A}$ in $\mathfrak{A}'$ und $\mathfrak{v}$ in $\mathfrak{v}'$ über.

Es ist nun bekanntlich[1])

$$\mathfrak{v}' = \frac{\mathfrak{v} + (p-1)\,\mathfrak{c}_0 \cdot \mathfrak{c}_0 \mathfrak{v} - p q \mathfrak{c}_0}{A}, \qquad (1)$$

wo

$$\left.\begin{aligned} p &= \frac{1}{\sqrt{1 - n q^2}} \\ A &= p(1 - n q \mathfrak{c}_0 \mathfrak{v}) \end{aligned}\right| \qquad (2)$$

und $n = \frac{1}{c^2}$ bedeuten.

Zwischen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{A}'$ soll die Beziehung

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{A} + \frac{p q n \mathfrak{v} \cdot \mathfrak{c}_0 \mathfrak{A}}{A} - \frac{(p-1)\mathfrak{c}_0 \cdot \mathfrak{c}_0 \mathfrak{A}}{A} \qquad (3)$$

bestehen.

Haben wir nun einen anderen Vektor $\mathfrak{A}_1$, der derselben Bedingung (3) genügt, so ist leicht nachzuweisen, daß

1) Siehe z. B. W. v. Ignatowsky, diese Zeitschr. **11**, 972, 1910, Formel (17).

$$\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}_2 + n\frac{\mathfrak{v}\mathfrak{A}_1 \cdot \mathfrak{v}\mathfrak{A}_2}{1-n\mathfrak{v}^2} = B \qquad (4)$$

eine Invariante beim Übergang von K zu K' ist.

Bezeichnet nun $d\mathfrak{r}$ die synchron vom System K aus gemessene Entfernung zwischen zwei unendlich benachbarten Punkten des bewegten Mediums und $d\mathfrak{r}'$ dasselbe für das System K', so besteht zwischen $d\mathfrak{r}$ und $d\mathfrak{r}'$ die Beziehung (3)[1]).

Derselben Bedingung (3) genügt auch der Vektor

$$\mathfrak{R} = \frac{(d\mathfrak{r}\nabla)\mathfrak{v}}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}} + \frac{n\mathfrak{v}}{(1-n\mathfrak{v})^{3/2}}\frac{d\mathfrak{v}}{dt}. \qquad (5)$$

Wir wollen nun im folgenden unter K' das Ruhekoordinatensystem ($\mathfrak{v}' = 0$) in bezug auf einen beliebigen Punkt des Mediums verstehen. Dann erhalten wir aus (4), erstens

$$\left.\begin{aligned} d\mathfrak{r}'^2 = dr'^2 &= d\mathfrak{r}^2 + n\frac{(\mathfrak{v}d\mathfrak{r})^2}{1-n\mathfrak{v}_2} \\ &= dr^2\left\{1 + \frac{n(\mathfrak{v}\mathfrak{r}_0)^2}{1-n\mathfrak{v}^2}\right\} \end{aligned}\right| \qquad (6)$$

wo $\mathfrak{r}_0$ den Einheitsvektor in der Richtung von $d\mathfrak{r}$ und dr dessen Betrag bedeuten, zweitens

$$\left.\begin{aligned} d\mathfrak{r}'\mathfrak{R}' &= dr'^2\mathfrak{r}_0'(\mathfrak{r}_0'\nabla)\mathfrak{v}' = dr'^2\lambda' \\ &= \frac{dr^2}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}\cdot D \end{aligned}\right| \qquad (7)$$

wo

$$\left.\begin{aligned} D = \mathfrak{r}_0(\mathfrak{r}_0\nabla)\mathfrak{v} + \frac{n\mathfrak{v}\mathfrak{r}_0\cdot\mathfrak{v}(\mathfrak{r}_0\nabla)\mathfrak{v}}{1-n\mathfrak{v}^2} + \frac{n\mathfrak{v}\mathfrak{r}_0}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}} \\ \cdot c\frac{\frac{\mathfrak{v}\mathfrak{r}_0}{\partial t}}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}} + \frac{n\mathfrak{v}\mathfrak{r}_0}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}}\cdot\mathfrak{r}_0(\mathfrak{r}_0\nabla)\frac{\mathfrak{v}}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}} \end{aligned}\right| \qquad (8)$$

ist und λ' die Dilatationsgeschwindigkeit im Ruhekoordinatensystem bedeutet[1]). Zugleich ist $\mathfrak{r}_0(\mathfrak{r}_0\nabla)\mathfrak{v} = \lambda$.

Anderseits ist[2])

$$d\mathfrak{r}'\mathfrak{R}' = dr'^2\lambda' = dr'\frac{ddr'}{dt'}. \qquad (9)$$

Hieraus folgt

$$ddr' = \lambda' dr' dt'. \qquad (10)$$

Behalten wir ein ganz bestimmtes $d\mathfrak{r}$ im Auge und bezeichnen dessen Betrag, als es noch ruhte in bezug auf K, mit dr_0, so wird die gesamte Ruhedilatation δ' von $d\mathfrak{r}'$ infolge von (6), (7) und (10) gleich sein

$$\left.\begin{aligned} \delta' &= \frac{1}{dr_0}\int_{t_0}^{t_1}\int_{r_0}^{r_1} ddr' = \frac{1}{dr_0}\int_{t_0}^{t_1}\int_{r_0}^{r_1}\lambda' dr' dt' \\ &= \frac{1}{dr_0}\int_{t_0}^{t_1}\frac{D\,dr\,dt}{\sqrt{1+n\frac{(\mathfrak{v}\mathfrak{r}_0)^2}{1-n\mathfrak{v}^2}}} \end{aligned}\right| \qquad (11)$$

Anderseits ist die vom System K aus beobachtete Dilatation δ von dr, falls wir den Wert von dr im Moment t_1 durch dr_1 bezeichnen,

$$\delta = \frac{1}{dr_0}\int_{t_0}^{t_1}\lambda\, dr\, dt = \frac{1}{dr_0}\int_{t_0}^{t_1} ddr = \frac{dr_1}{dr_0} - 1. \qquad (12)$$

Bewegt sich das Medium so, daß für ein bestimmtes $d\mathfrak{r}$, $\mathfrak{r}_0$ ständig senkrecht zu $\mathfrak{v}$ ist, so folgt für diesen Fall aus (8) und (11)

$$\delta' = \frac{1}{dr_0}\int_{t_0}^{t_1}\lambda\, dr\, dt = \delta. \qquad (13)$$

Ist $\mathfrak{r}_0$ ständig parallel zu $\mathfrak{v}$, so ist

$$\left.\begin{aligned} \delta' &= \frac{1}{dr_0}\int_{t_0}^{t_1} d\frac{dr}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}} = \frac{dr_1}{dr_0\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}} - 1 \\ &= \frac{\delta+1}{\sqrt{1-n\mathfrak{v}^2}} - 1. \end{aligned}\right| \qquad (14)$$

Für einen ruhenden Körper ist bekanntlich die Spannung $\mathfrak{P}$ auf die Flächeneinheit, senkrecht zu $\mathfrak{r}_0$, falls K und Θ die Kirchhoffschen Elastizitätskoeffizienten und δ_1, δ_2, δ_3 die Dilatationen längs der Richtungen $\mathfrak{i}$, $\mathfrak{j}$, $\mathfrak{k}$ der Dilatationsachsen bedeuten, gleich

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{P} &= 2K\Theta(\delta_1+\delta_2+\delta_3)\mathfrak{r}_0 \\ &+ 2K(\mathfrak{i}\mathfrak{r}_0\cdot\mathfrak{i}\delta_1 + \mathfrak{j}\mathfrak{r}_0\cdot\mathfrak{j}\delta_2 + \mathfrak{k}\mathfrak{r}_0\cdot\mathfrak{k}\delta_3) \end{aligned}\right| \qquad (15)$$

Der Betrag ψ der normalen Spannung ist demnach

$$\left.\begin{aligned} \psi &= \mathfrak{P}\mathfrak{r}_0 = 2K\Theta(\delta_1+\delta_2+\delta_3) \\ &+ 2K\{(\mathfrak{i}\mathfrak{r}_0)^2\delta_1 + (\mathfrak{j}\mathfrak{r}_0)^2\delta_2 + (\mathfrak{k}\mathfrak{r}_0)^2\delta_3\} \end{aligned}\right| \qquad (16)$$

Fällt $\mathfrak{r}_0$ sukzessive mit den Hauptachsen zusammen, so erhalten wir

$$\left.\begin{aligned} \psi_1 &= 2K\Theta(\delta_2+\delta_3) + 2K(\Theta+1)\delta_1 \\ \psi_2 &= 2K\Theta(\delta_1+\delta_3) + 2K(\Theta+1)\delta_2 \\ \psi_3 &= 2K\Theta(\delta_1+\delta_2) + 2K(\Theta+1)\delta_3 \end{aligned}\right| \qquad (17)$$

Bewegt sich nun der Körper, so wollen wir, um hierbei die Spannungen zu berechnen, dem Gedankengang von Minkowski[1]), welchen er bei der Ableitung seiner elektrodynamischen Gleichungen anwandte, folgen. D. h. wir nehmen an, daß für einen auf Ruhe transformierten Punkt des Körpers ebenfalls die Gleichung (15) gelten möge.

1) Dies ist leicht abzuleiten aus den Formeln (3), (6)—(8), § 4 meiner Arbeit. Siehe: W. v. Ignatowsky, Ann. d. Phys. **33**, 607, 1910.

2) Siehe auch Formel (19) und (20), § 4 der oben zitierten Arbeit.

1) H. Minkowski, Nachr. d. K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, Math.-phys. Kl., S. 65, 1908.

Es ist dann

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{P}' = {} & 2K\Theta(\delta'_1+\delta'_2+\delta'_3)\mathfrak{r}'_0 \\ & + 2K(\mathfrak{i}'\mathfrak{r}'_0\cdot\mathfrak{i}'\delta'_1+\mathfrak{j}'\mathfrak{r}'_0\cdot\mathfrak{r}_0\delta'_2+\mathfrak{k}'\mathfrak{r}'_0\cdot\mathfrak{r}'_0\delta'_3)\end{aligned}\right\} \quad (18)$$

und entsprechend erhalten wir statt (17)

$$\left.\begin{aligned}\psi'_1 &= 2K\Theta(\delta'_2+\delta'_3)+2K(\Theta+1)\delta'_1\\ \psi'_2 &= 2K\Theta(\delta'_1+\delta'_3)+2K(\Theta+1)\delta'_2\\ \psi'_3 &= 2K\Theta(\delta'_1+\delta'_2)+2K(\Theta+1)\delta'_3\end{aligned}\right\} \quad (19)$$

Die δ' berechnen sich hierbei aus (11), wobei man bei der Integration ständig dasjenige Element $d\mathfrak{r}$ im Auge behalten muß, welches im Moment t_1 mit der entsprechenden Hauptachse $\mathfrak{i}'$, $\mathfrak{j}'$ oder $\mathfrak{k}'$ zusammenfällt.

Wir wollen nun das Vorhergehende an einigen Beispielen erläutern.

Als Beispiel nehmen wir vorerst einen Körper, der im Ruhezustand (in bezug auf K) (Zustand I) spannungslos ist und einen Kreiszylinder vom Radius R_0 mit ebenen Endflächen von der Länge h_0 bildet. Den Zylinder denken wir uns jetzt in Rotation versetzt mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω (Zustand II). Zur Vereinfachung werden wir im folgenden stets annehmen, daß der Körper massenlos ist, sehen also von der Wirkung der Zentrifugalkräfte ab. Es müssen dann alle Dilatationen und Spannungen für $n=0$, resp. $c=\infty$ verschwinden.

Wir setzen jetzt voraus, daß die äußeren Kräfte, die auf den Körper wirken, von solcher Beschaffenheit sind, daß für das System K alle Dilatationen ständig verschwinden.

Es ist also

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0. \quad (20)$$

Der Körper wird also im Zustand II in bezug auf das System K ebenfalls ein Zylinder von denselben Dimensionen, wie im Zustand I, sein.

Die eine Dilatationsachse ($\mathfrak{i}'$-Achse) fällt dann mit $\mathfrak{v}$ zusammen, und wir erhalten aus (13) und (14) wegen (20)

$$\delta'_2 = \delta'_3 = 0;\ \delta'_1 = \frac{1}{\sqrt{1-n\omega^2 r^2}} - 1. \quad (21)$$

Weiter folgt aus (19)

$$\left.\begin{aligned}\psi'_1 &= 2K(\Theta+1)\delta'_1\\ \psi'_2 &= \psi'_3 = 2K\Theta\delta'_1\end{aligned}\right\} \quad (22)$$

Das Dilatationsellipsoid ist zu einem Rotationsellipsoid geworden.

Um also den Bedingungen (20) zu genügen, müssen im Zustand II auf den Körper gewisse Volumenkräfte und Oberflächenkräfte wirken und zwar wird auf der Oberfläche ein normaler Zug stattfinden müssen. Für den Zug p an den Endflächen erhalten wir

$$p = 2K\Theta\left(\frac{1}{\sqrt{1-n\omega^2 r^2}} - 1\right). \quad (23)$$

Im folgenden nehmen wir an, daß im Zustand II die eine Achse des Dilatationsellipsoid ($\mathfrak{i}'$-Achse) in die Richtung von $\mathfrak{v}$ fällt, die andere ($\mathfrak{j}'$-Achse) in die Richtung der Rotationsachse und die dritte ($\mathfrak{k}'$-Achse) in Richtung des Radius. Es sollen keine Tangentialspannungen auf Flächenelemente, die senkrecht zum Radius sind, auftreten. Außerdem ist Achsensymmetrie vorausgesetzt.

Wir führen ein Zylinderkoordinatensystem ein mit der Rotationsachse als Zylinderachse und bezeichnen die laufende Koordinate längs letzterer im Zustande I durch y_0, gerechnet von der Symmetrieebene, d. h. einer Ebene, senkrecht zur Rotationsachse, die die Länge h_0 des Zylinders halbiert. Alle Punkte des Körpers, welche im Zustand I auf dieser Ebene lagen, werden dies auch im Zustand II tun. Im letzteren Fall ist y, statt y_0 zu schreiben. Bezeichnet r_0 den Abstand eines Punktes von der Rotationsachse im Zustand I, so soll r dasselbe für den Zustand II bedeuten.

Wir werden nun zwei Fälle unterscheiden: 1) Es ist δ'_2 überall gleich Null und demnach $\frac{\partial}{\partial y_0} = 0$ und 2) es ist $\psi'_2 = 0$ überall.

Für beide Fälle folgt aus der Bedingung, daß die Volumenkräfte verschwinden sollen, die Beziehung

$$\frac{\partial \psi'_3}{\partial r_0} + \frac{\psi'_3 - \psi'_1}{r_0} = 0. \quad (24)$$

Anderseits ergibt uns (19)

$$\psi'_3 - \psi'_1 = 2K(\delta'_3 - \delta'_1) \quad (25)$$

und (14), da $\delta_1 = \frac{r}{r_0} - 1$ ist,

$$\delta'_1 = \frac{r}{r_0\sqrt{1-n\omega^2 r^2}} - 1. \quad (26)$$

Wir bezeichnen $n\omega^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$ durch b^2. Es wird im allgemeinen $b^2 r^2$ sehr klein gegen 1 sein und deshalb können wir statt (26) schreiben

$$\delta'_1 = \frac{r}{r_0} + \frac{b^2 r^3}{2r_0} - 1. \quad (26a)$$

Die Verschiebung $r - r_0$ wird von der Größenordnung b^2 sein und muß, wie früher bemerkt, mit b verschwinden. Deshalb können wir statt (26a) auch schreiben

$$\delta'_1 = \frac{r}{r_0} + \frac{b^2 r_0^2}{2} - 1. \quad (27)$$

Außerdem ist

$$\delta'_3 = \delta_3 = \frac{\partial r}{\partial r_0} - 1. \quad (28)$$

Es folgt deshalb aus (19)

$$\left.\begin{aligned}\psi'_3 = {} & 2K\Theta\delta'_2 + 2K\Theta\left(\frac{r}{r_0} + \frac{b^2\omega^2}{2} - 1\right)\\ & + 2K(\Theta+1)\left(\frac{\partial r}{\partial r_0} - 1\right).\end{aligned}\right\} \quad (29)$$

Und endlich aus (24)

$$\frac{\partial}{\partial r_0}\left\{\Theta\delta_2' + (\Theta+1)\frac{r}{r_0} + \frac{2\Theta-1}{4}\cdot b^2 r_0^2 + (\Theta+1)\frac{\partial r}{\partial r_0}\right\} = 0. \quad (30)$$

Erster Fall.

$$\delta_2' = 0; \quad \frac{\partial}{\partial y_0} = 0. \quad (31)$$

Wir setzen

$$r = r_0 + \mu r_0 + m r_0^3, \quad (32)$$

wo μ und m von der Größenordnung von b^2 sein werden. Aus (30) folgt wegen (31) und (32), da (30) für beliebige r_0 gültig sein muß:

$$m = -\frac{b^2(2\Theta-1)}{16(\Theta+1)}, \quad (33)$$

$$\left.\begin{aligned}\delta_1' &= \mu + m r_0^2 + \frac{b^2 r_0^2}{2}\\ \delta_3' &= \mu + 3 m r_0^2,\end{aligned}\right\} \quad (34)$$

$$\psi_3' = 2K\{\Theta\delta_1' + (\Theta+1)\delta_3'\}. \quad (35)$$

Aus der Bedingung, daß für $r_0 = R_0$, $\psi_3' = 0$ sein soll, folgt

$$\mu = -\frac{3 b^2 R_0^2}{16(\Theta+1)} \quad (36)$$

und demnach

$$\psi_2' = 2K\Theta(\delta_1' + \delta_3') = \frac{6K\Theta b^2}{8(\Theta+1)}\{2r_0^2 - R_0^2\}. \quad (37)$$

Dies letztere ergibt

$$\int_0^{R_0} \psi_2' r_0 \, dr_0 = 0. \quad (38)$$

Wir können demnach die gefundene Lösung für den mittleren Teil eines Zylinders benutzen, dessen Länge h_0 groß im Vergleich zum Radius R_0 ist und der ohne Wirkung von äußeren Kräften mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω rotiert[1]).

Für $r_0 = R_0$ erhalten wir aus (32) und den Werten für m und μ

$$R_0 - R = \frac{3 b^2 R_0^3}{8}. \quad (39)$$

Demnach hat sich der Radius um das Stück (39) kontrahiert, während die Länge ungeändert geblieben ist.

Für die Ruhevolumendilatation D' erhalten wir

$$D' = \delta_1' + \delta_2' + \delta_3' = \frac{3 b^2}{8(\Theta+1)}(2r_0^2 - R_0^2). \quad (40)$$

Was das elastische Potential V' pro Volumeneinheit des Ruhekoordinatensystems anbelangt, so ist dasselbe, ausgedrückt durch die Hauptdilatationen, gleich:

$$V' = K\Theta(\delta_1' + \delta_2' + \delta_3')^2 + K(\delta_1'^2 + \delta_2'^2 + \delta_3'^2) \quad (41)$$

und berechnet sich für unseren Fall zu

$$V' = \frac{18\cdot b^4 K(2\Theta+1)}{16^2\cdot(\Theta+1)^2}\{R_0^4 - 4R_0^2 r_0^2 + r_0^4(2\Theta+5)\}. \quad (42)$$

Ein träger Zylinder, bei Vernachlässigung des Relativitätsprinzips, würde sich, unter gleichen Bedingungen, in Richtung des Radius ausgedehnt haben um das Stück

$$R - R_0 = \frac{\omega^2 \varrho R_0^3(\Theta+1)}{8K(3\Theta+1)}, \quad (43)^1)$$

falls ϱ die Dichte bedeutet. Dabei würde er sich in seiner Längsrichtung verkürzt haben mit der Dilatation

$$\delta_2 = -\frac{\omega^2 \varrho R_0^2 \Theta}{4K(3\Theta+1)}. \quad (44)^1)$$

Zweiter Fall.

$$\psi_2' = 0. \quad (45)$$

Hieraus und (19) folgt

$$\delta_2' = -\frac{\Theta}{\Theta+1}(\delta_1' + \delta_3') = -\frac{\Theta}{\Theta+1}\left(\frac{r}{r_0} + \frac{b^2 r_0^2}{2} + \frac{\partial r}{\partial r_0} - 2\right). \quad (46)$$

Hierbei wird sich im allgemeinen ein Volumenelement um $\mathfrak{v}$ gedreht haben. Damit nun, laut Voraussetzung, im Zustande II keine tangentialen Spannungen auf ein zum Radius senkrechtes Flächenelement auftreten, müssen zwei, im Zustande I zueinander senkrechten Linienelemente in der Meridionalebene, im Zustande II mit den Dilatationsachsen $\mathfrak{k}'$ und $\mathfrak{j}'$ zusammenfallen.

Deshalb muß zwischen den Verschiebungen $r - r_0$ und $y - y_0$ die Beziehung herrschen

$$\frac{\partial r - r_0}{\partial y_0} = -\frac{\partial y - y_0}{\partial r_0}$$

oder

$$\frac{\partial r}{\partial y_0} = -\frac{\partial y}{\partial r_0}. \quad (47)$$

Der entsprechende Drehungswinkel α ist

$$\alpha = \frac{\partial r - r_0}{\partial y_0}. \quad (48)$$

Ferner muß sein:

$$\left.\begin{aligned} y - y_0 &= 0 \text{ für } y_0 = 0 \text{ bei beliebigem } r_0,\\ r - r_0 &= 0 \text{ „ } r_0 = 0 \text{ „ „ } y_0.\end{aligned}\right\} \quad (49)$$

und

$$\alpha = 0 \text{ für } r_0 = 0 \text{ und } y_0 = 0. \quad (50)$$

Außerdem wollen wir annehmen, daß die Summe der äußeren Kräfte auf der Mantel-

1) Siehe A. Love, Lehrbuch der Elastizität, S. 173 u. 174. Leipzig, B. G. Teubner. 1907.

1) Vgl. A. Love, l. c.

fläche verschwinden, d. h. es soll sein

$$\int_{-z_0}^{+z_0} w_3' \, d y_0 = 0, \tag{51}$$

wo $2 s_0 = h_0$ ist.

Wir wollen direkt die Lösung hinschreiben, die allen Bedingungen genügt. Es wird sein

$$\left.\begin{aligned} x &= x_0 + \mu' x_0 + m_1' x_0^3 + m_2' x_0 y_0^2, \\ y &= y_0 + \mu' y_0 + m_1' y_0^3 + m_2' y_0 x_0^2. \end{aligned}\right| \tag{52}$$

Hier bedeuten:

$$\left.\begin{aligned} \mu &= -\frac{3 b^2 R_0^2 (\Theta+1)}{16 (2\Theta+1)} - \frac{b^2 s_0^2 \Theta}{4 (2\Theta+1)}; \\ m_1 &= \frac{b^2 (1-\Theta)}{16 (2\Theta+1)}; \quad m_2 = \frac{3 \Theta b^2}{4 (2\Theta+1)}. \end{aligned}\right| \tag{53}$$

$$\left.\begin{aligned} \mu' &= -\frac{2\Theta \mu}{\Theta+1}; \\ m_1' &= -\frac{2\Theta^2 b^2}{4 (2\Theta+1)(\Theta+1)}; \\ m_2' &= -m_2. \end{aligned}\right| \tag{54}$$

Für $r_0 = R_0$ ist

$$R_0 - R = \frac{b^2 R_0^3}{8} + \frac{b^2 \Theta R_0 (s_0^2 - 3 y_0^2)}{4 (2\Theta+1)}. \tag{55}$$

Außerdem ist

$$\left.\begin{aligned} \delta_1' &= \mu + m_1 r_0^2 + m_2 y_0^2 + \frac{b^2 r_0^2}{2} \\ \delta_2' &= \frac{\partial y}{\partial y_0} - 1 = \mu' + 3 m_1' y_0^2 + m_2' r_0^2 \\ \delta_3' &= \frac{\partial r}{\partial r_0} - 1 = \mu + 3 m_1 r_0^2 + m_2 y_0^2. \end{aligned}\right| \tag{56}$$

Die gefundene Lösung können wir benutzen für den Fall, daß R_0 groß im Vergleich zu h_0 ist, d. h. für eine, von äußeren Kräften freie, rotierende dünne Scheibe[1]). Die Scheibe hat sich um das Stück (55) längs dem Radius kontrahiert. Oder wenn wir das zweite Glied rechts in (55) vernachlässigen,

$$R_0 - R = \frac{b^2 R_0^3}{8}. \tag{55a}$$

Für die Ruhevolumendilatation D' erhalten wir

$$\left.\begin{aligned} D' = &\frac{3 b^2 (2 r_0^2 - 3 R_0^2)}{8 (2\Theta+1)} + \\ &+ \frac{b^2 \Theta (3 y_0^2 - s_0^2)}{2 (2\Theta+1)(\Theta+1)}. \end{aligned}\right| \tag{57}$$

Eine träge Scheibe würde sich, unter Vernachlässigung des Gliedes, welches von der Dicke der Scheibe abhängt, um ein Stück

$$R - R_0 = \frac{\omega^2 \varrho R_0^3 (\Theta+1)}{8 K (3\Theta+1)} \tag{58}$$

längs dem Radius gedehnt haben.

Ich möchte zum Schluß mit ein paar Worten auf eine an mich gerichtete Bemerkung von Herrn P. Ehrenfest[1]) hier zurückkommen.

Die Invariante B[2]) ist bekanntlich nichts anderes, als das Quadrat der Ruhelänge eines synchron gemessenen Linienelementes, wie dies aus (6) folgt. Ist also, als der Körper noch ruhte, $B = B_0$, und nachdem der Körper in Bewegung versetzt ist, in einem Moment t_1, $B = B_1$, so lautet die Bornsche Starrheitsbedingung

$$B_0 = B_1. \tag{59}$$

Und dies muß nicht nur für ein Linienelement, sondern für alle Linienelemente innerhalb eines Volumenelementes gelten. Demnach ergibt die Bornsche Starrheitsbedingung, daß die Ruhegestalt eines Volumenelementes sich nicht ändern soll.

Aus (59) folgt dann

$$\frac{d B_1}{d t} = 0. \tag{60}$$

Bei konstanter Rotation des Zylinders ist auch B_1 konstant und genügt also (60), wie eine jede konstante Größe. Nun kann aber nach dem Einwand von Herrn P. Ehrenfest B_1 nicht gleich B_0 sein, d. h. die Bornsche Bedingung ist im allgemeinen nicht zu erfüllen. Ich glaube, daß eine solche Bemerkung von seiten des Herrn P. Ehrenfest vollständig genügt haben würde, um die Sache klarzustellen. Es ist deshalb der Schluß von § 5 und die Anmerkung am Schluß meiner Arbeit[3]) entsprechend zu ändern.

Auch in unseren Beispielen wird im Zustand II der Gleichung (60) genügt, nur ist hier B_1 nicht gleich B_0 und hängt von den äußeren Kräften ab.

Nun ist aber gerade die Bornsche Forderung, daß die Ruhegestalt eines Volumenelementes sich nicht ändern soll, meines Erachtens die naheliegendste und plausibelste zur Definition eines starren Körpers.

Ich glaube deshalb, da diese Bornsche Bedingung versagt, lieber den Begriff des starren Körpers im allgemeinen fallen zu lassen, als nach einer anderen Definition eines starren Körpers zu suchen. Denn wird sich die Ruhegestalt eines Volumenelementes ändern, so können wir nicht gut von einem starren Körper sprechen.

Wir müssen deshalb mit Herrn M. Planck[4]) annehmen, daß die Deformation eines Körpers als ein elastisches Problem aufzufassen ist[5]).

1) Vgl. A. Love, l. c.

1) Diese Zeitschr. **11**, 1127, 1910.
2) § 4 meiner oben zitierten Arbeit in den Ann. d. Phys.
3) Ann. d. Phys. **33**, 607, 1910.
4) Diese Zeitschr. **11**, 294, 1910.
5) Siehe auch M. Laue, diese Zeitschr. **12**, 48, 1911.

Ich habe deshalb im vorhergehenden versucht, von diesem Standpunkte aus einen Aufschluß über die Deformation bei bewegten Körpern zu erlangen.

Berlin, den 6. Februar 1911.

(Eingegangen 7. Februar 1911.)

Zum Ehrenfestschen Paradoxon.

Von V. Varićak.

Das Zustandekommen des Ehrenfestschen Paradoxons ist einleuchtend, wenn man sich auf den Standpunkt stellt, den Lorentz bei der Aufstellung seiner Kontraktionshypothese eingenommen hat, d. h. wenn man die Kontraktion des bewegten starren Körpers in der Bewegungsrichtung als eine objektiv stattfindende Veränderung ansieht. Unabhängig von dem Beobachter wird sich jedes Element der Peripherie nach Lorentz tatsächlich verkürzen, während die Elemente eines Radius unverkürzt bleiben.

Stellt man sich hingegen auf den Einsteinschen Standpunkt, demzufolge die besagte Kontraktion nur eine scheinbare, subjektive Erscheinung ist, verursacht durch die Art unserer Uhrenregulierung und Längenmessung, so erscheint mir jener Widerspruch nicht begründet zu sein.

Daß Herr Ehrenfest bei seiner Argumentation den Lorentzschen Standpunkt einnimmt, schließe ich aus den Fragen, die er an Herrn v. Ignatowsky gerichtet hat[1]), und hauptsächlich daraus, daß er jenen Widerspruch auch bei den Pausbildern II und II_1 zu finden vermeint. Mir will es scheinen, daß jene Pausbilder identisch sein müssen; sie werden denselben Radius und dieselbe Peripherie haben.

Um das zu begründen, sei es mir gestattet, auf die gleichförmige Translation eines starren Körpers zurückzugreifen, an dem gewöhnlich jene Kontraktion als Begleiterscheinung der Translation demonstriert wird. An dem vorderen Ende B des Stabes sei ein Spiegel befestigt und am rückwärtigen Ende A befinde sich eine Lichtquelle. Die doppelte Länge des Stabes messen wir durch die Zeit, welche ein Lichtsignal braucht, um von A nach B und zurück nach A zu gelangen. Um bei diesen bekannten Sachen nicht weitläufig zu werden, verweise ich z. B. auf die Arbeit von Lewis und Tolman[2]), die den radikalen Unterschied in den Lorentzschen und Einsteinschen Ansichten besonders stark betont haben. Dort kann man nachsehen, durch welche Überlegungen der ruhende Beobachter zur Annahme der Kontraktion des bewegten Stabes gezwungen wird. Aber er bleibt sich bewußt, daß diese Kontraktion sozusagen nur eine psychologische, und nicht eine physikalische Tatsache ist, d. h. daß der Körper in Wirklichkeit keine Änderung erfahren hat.

Nun führe der ruhende Beobachter mit diesem Stabe dasselbe Experiment aus, welches ihn Herr Ehrenfest mit der rotierenden Scheibe ausführen läßt[1]). Auf beiden Enden des Stabes sollen sich Marken befinden. Während der Stab ruht, hält der ruhende Beobachter ein Pauspapier P über ihm und paust die Marken auf das ruhende Blatt durch.

Während sich der Stab gleichförmig in gerader Linie vorwärts bewegt, hält der ruhende Beobachter ein Pauspapier P_1 über ihm und paust in dem Moment, wo seine Uhr auf t zeigt, mit einem Schlag beide Marken auf das ruhende Blatt durch.

Schließlich mißt der ruhende Beobachter B die Entfernung jener Marken an den ruhenden Pausbildern II und II_1 aus.

Ich glaube, daß er beidemal dieselbe Entfernung finden wird, denn der Stab ist in Wirklichkeit nicht kürzer geworden.

Das erwähnte Vorgehen des ruhenden Beobachters ist wohl identisch mit dem mechanischen Anlegen des Maßstabes an das auszumessende Objekt; das ist aber nicht dieselbe Operation wie das Ausmessen der Länge mit Hilfe der optischen Signale.

Kurz möchte ich noch erwähnen, daß bekanntlich die Uhren in den Punkten A und B des bewegten Stabes, obwohl sie gleichlaufend sind, verschiedene Zeiten angeben, wenn die Uhr des ruhenden Beobachters auf t zeigt.

Nur noch eine historische Bemerkung. Nachdem Lorentz die Hypothese aufgestellt hatte, daß alle Körper in Richtung der Erdbewegung eine Verkürzung ihrer Dimensionen erleiden, lag die Frage nahe, ob diese Deformation, bzw. Komprimierung, bei durchsichtigen Körpern nicht von einer Doppelbrechung begleitet ist. Die bezüglichen Versuche von Rayleigh und Brace ergaben ein negatives Resultat.

Nach dem Relativitätsprinzip von Einstein wäre man überhaupt auf die Frage nicht gekommen.

1) Diese Zeitschr. **11**, 1129, 1910.

2) G. N. Lewis and R. C. Tolman, The principle of relativity, and Non-Newtonian mechanics. Proceedings of the american academy of arts and sciences **44**, 711, 1909. Neulich wurde auch von J. Laub mit Nachdruck darauf hingewiesen, daß in der Theorie von Lorentz die Auffassung dieser Erscheinung eine wesentlich andere ist wie bei Einstein. Siehe Jahrb. d. Radioaktivität und Elektronik **7**, 430, 1910.

1) Ich lasse dahingestellt die Frage, ob dieser Versuch vom relativistischen Standpunkt aus als möglich zu betrachten ist.

Im erwähnten Berichte von Laub kann man noch über andere ähnliche Versuche lesen, zu denen man vom Lorentzschen Standpunkte ganz folgerichtig geleitet wurde, die aber in der Einsteinschen Theorie keinen Sinn haben können.

Schließlich möchte ich noch bemerken, daß es nicht angeht, jene Kontraktion, welche sich bei der Translation einstellt, auf den Fall der Rotation ohne weiteres zu übertragen. Das Zustandekommen jener Kontraktion steht in Verbindung mit der Änderung des Uhrenganges infolge der Bewegung. Bei der Rotation ändert sich aber der Zeitparameter in einer anderen Weise, und ändert sich überhaupt nicht, wenn sich der Beobachter im Zentrum befindet, wie dies leicht zu zeigen ist.

Agram, 5. Februar 1911.

(Eingegangen 8. Februar 1911.)

Untersuchungen über die Natur der obersten Atmosphärenschichten. I[1]).

Von Alfred Wegener.

Einleitung. Im Jahre 1903 hat Hann[2]) unter Benutzung der damals gerade bekannt gewordenen Bestimmungen der Edelgase in der Atmosphäre durch Ramsay und Rayleigh die Zusammensetzung der letzteren für die Höhen von 10, 20, 50 und 100 km berechnet; das wesentlichste Ergebnis war, daß der am Erdboden nur in minimalen Spuren nachweisbare Wasserstoff in der Höhe von 50 km bereits 14 Volumprozente erreicht, in 100 km aber 99, so daß hier die Atmosphäre fast aus reinem Wasserstoff bestehen müßte. Obwohl Hann die Bedeutung dieser Beziehungen klar erkannte und zu Beginn seiner Arbeit ausdrücklich auf die diesbezüglichen Ausführungen Dewars in der Eröffnungsrede der British Association, Sept. 1902 (Belfort) hinwies, mangelte es damals doch noch zu sehr an Material, um die Frage der Realität dieses rein rechnerischen Ergebnisses prüfen zu können, und er war daher genötigt, seine Arbeit als eine vorläufige Orientierung zu bezeichnen. Humphreys[3]) hat sodann im Jahre 1909 die Rechnungen von Hann mit verbesserten Annahmen über die Temperaturverteilung in der Vertikalen wiederholt und das Ergebnis in Gestalt einer graphischen Darstellung nach Art der weiter unten zu gebenden veranschaulicht. Die Frage der Realität ließ er gänzlich unberührt.

Einstweilen noch ganz unabhängig von diesen Arbeiten habe ich die folgende Vermutung ausgesprochen[1]): „Die Frage, ob es auch hier (oberhalb der großen Schichtgrenze bei 11 km Höhe) noch ähnliche markante Schichtgrenzen gibt, sind wir keineswegs zu verneinen berechtigt . . . Schon jetzt kann man mit einiger Wahrscheinlichkeit die Vermutung aufstellen, daß sich ein solcher Sprung in der Dichte etwa bei 70—80 km Höhe befindet, namentlich weil hier die Krakatauwolken ihr Aufsteigen beendet haben, und weil zugleich diese Höhe ungefähr dieselbe ist, bis zu welcher noch diffuse Reflexion bemerkt wird." Im Winter 1909/10 habe ich sodann, ohne die Arbeit von Humphreys zu kennen, Hanns Rechnung mit engeren Intervallen wiederholt, um das Verhalten in der Höhe der zu erwartenden Schichtgrenze kennen zu lernen. Es ergab sich das Resultat[2]), „daß in der Höhe der erwarteten Schichtgrenze die Zusammensetzung der Luft sich außerordentlich rasch ändert, so daß man berechtigt ist, die darunter liegenden Schichten als Stickstoffatmosphäre, die darüber liegenden als Wasserstoffatmosphäre zu bezeichnen".

Wiederum ganz unabhängig sowohl von Humphreys, wie von meiner Arbeit hat gleichzeitig mit letzterer v. dem Borne, lediglich auf die Berechnungen von Hann zurückgreifend, die merkwürdigen Schallphänomene der Dynamitexplosion an der Jungfraubahn auf Reflexion der Schallstrahlen an einer oberen Wasserstoffsphäre zurückgeführt[3]).

In der vorliegenden Arbeit sollen diese bisher zerstreuten Resultate zu einem Gesamtbilde vereinigt, und dasselbe durch Heranziehung weiteren, bisher unbeachtet gebliebenen Materials ergänzt werden. Darüber hinaus aber soll der Versuch gemacht werden, zu zeigen, daß die Zusammensetzung der Luft höchstwahrscheinlich bei ca. 200 km eine zweite, wenn auch weniger

1) Vorläufige Mitteilung siehe Sitz.-Ber. d. Ges. z. Beförderung der gesamten Naturwiss. zu Marburg vom 30. November 1910.

2) Die Zusammensetzung der Atmosphäre, Meteorolog. Ztschr. 1903, 122; vgl. auch Ztschr. d. Österr. Ges. f. Meteorologie, 1875, 22.

3) Distribution of Gases in the Atmosphere, Bull. of the Mount Weather Observatory II, 2. Humphreys zitiert Ferrel, Recent Advances in Meteorology, 1886, 37 und Dewar, Proc. Roy. Institution, London, **17**, 223, 1902. Auch Jeans hat die Verteilung der Gase berechnet in: The upper atmosphere, Bull. of the Mount Weather Obs. II, 374, 1910.

1) Probleme der Aerologie, Das Wetter, 1909, **11**, 13.

2) Über eine neue fundamentale Schichtgrenze der Erdatmosphäre, Beitr. z. Physik d. freien Atmosphäre III, **4**, 1910. Die Arbeit ist nicht datiert. Die Redaktion bestätigte den Empfang am 25. Februar, das Heft wurde ausgegeben am 10. Juni 1910.

3) Schallverbreitung bei Explosionskatastrophen. Diese Ztschr. **11**, 483, 1910 (eingegangen 12. April 1910).

plötzliche Änderung erfährt, und daß darüber allem Anschein nach eine neue Sphäre eines unbekannten Gases liegt, das noch leichter als Wasserstoff ist, und dessen Spektrum die grüne Polarlichtlinie bei 557 $\mu\mu$ zeigt. Es ist nicht unwahrscheinlich, daß die Sphäre dieses neuen Gases, dem wir wegen seiner Ähnlichkeit mit dem Koronium der Sonnenatmosphäre den Namen „Geokoronium" beilegen wollen, mit den Erscheinungen des Zodiakallichtes in unmittelbarem Zusammenhange steht; jedenfalls aber dürfte sie die äußerste Gashülle der Erde darstellen, so daß durch ihre Erforschung ein abgeschlossenes, vollständiges Bild der Atmosphäre gewonnen wird.

Im folgenden soll das bisher vorliegende Material, das diese Fragen betrifft, der Reihe nach besprochen werden.

Kapitel I: Die Schichtgrenze bei 70 km Höhe.

1. Stufen der Lichtreflexion in der Atmosphäre. Es ist einleuchtend, daß durch Dichtigkeitssprünge in der Atmosphäre Lichtsprünge am Dämmerungshimmel hervorgerufen werden müssen. Wir haben also die Möglichkeit, durch Beobachtung der letzteren auf Dichtigkeitssprünge, also Schichtgrenzen zu schließen und deren Höhe zu bestimmen. Z. B. ist der sogen. erste Dämmerungsbogen offenbar identisch mit der durchstrahlten Troposphäre. Miethe und Lehmann[1]) fanden den Depressionswinkel der Sonne beim Verschwinden dieses ersten Dämmerungsbogens zu 8°, woraus sich bei Berücksichtigung der Refraktion die Höhe des Dichtigkeitssprunges zu ca. 11 km, also durchaus übereinstimmend mit der Grenze zwischen Troposphäre und Stratosphäre, ergibt. Die meisten derartigen Beobachtungen sind aber an dem Hauptdämmerungsbogen ausgeführt und ergeben, wie wir vorwegnehmen, als Höhe der hier in Betracht kommenden Schichtgrenze etwa 70 km. Auch nach diesem „Ende der Dämmerung" läßt sich übrigens über dem westlichen Horizont nach Sonnenuntergang noch ein sehr schwaches, bläuliches Licht erkennen, aus dessen Beobachtung See die Grenze der betreffenden lichtreflektierenden Schichten in 214 km Höhe ermittelte. Die Beobachtungen über den Hauptdämmerungsbogen, welcher in diesem Zusammenhange zunächst von Wichtigkeit ist, sind im folgenden zusammengestellt. Die Zahlen geben den Depressionswinkel der Sonne für den Augenblick, in welchem der Dämmerungsbogen gerade unter dem Horizont versinkt bzw. auftaucht[1]).

Schmidt (Athen)	15,9°
Behrmann (Atlantik)	15,6°
Bravais (Frankreich)	16,0°
Hellmann (Spanien)	15,6°
Liais (Atlantik)	17,8°
Möller (Atlantik)	17,5°
Bailey (Arequipa, Peru)	17,5°
Miethe u. Lehmann (Assuan)	16,1°
Carlheim-Gyllenskjöld (Spitzbergen)	17,7°

Bei einer kritischen Betrachtung dieser Zahlen wird es sehr wahrscheinlich, daß die meisten von ihnen mit einem nicht unerheblichen systematischen Fehler behaftet sind, indem nämlich die dunsterfüllten, im Schatten liegenden untersten Luftschichten den Oberrand des Dämmerungsbogens verdecken, auch wenn dieser noch über dem Horizont steht. Es ist in dieser Beziehung sehr lehrreich zu sehen, daß die Morgenbeobachtungen, bei denen die unteren Schichten durchsichtiger zu sein pflegen als bei den Abendbeobachtungen, viel übereinstimmendere Werte liefern als die letzteren, wie die folgende Tabelle zeigt:

	Abend	Morgen
Spanien	15° 20′	17° 52′
Assuan	14° 54′	17° 21′
Atlantik	18° 18′	17° 22′

Nehmen wir hiernach etwa 17,4° als den wahrscheinlichsten Wert an, so würde sich bei angenäherter Rechnung (ohne Berücksichtigung der Refraktion[2])) für die obere Grenze der lichtreflektierenden Schichten eine Höhe von 74 km ergeben. (Einem Depressionswinkel von 16° würden 63 km entsprechen.) In der graphischen Darstellung (Fig. 1) ist diese Grenze des Hauptdämmerungsbogens angedeutet.

Das Vorhandensein eines derartigen, verhältnismäßig scharf zu lokalisierenden Helligkeitssprunges im Dämmerlicht deutet mit Entschiedenheit auf eine in der angegebenen Höhe liegende Schichtgrenze hin.

2. Die leuchtenden Nachtwolken. Vom Jahre 1885 ab wurden eigentümliche cirrostratusähnliche Wolkengebilde beobachtet, welche schon durch ihre helle Beleuchtung am äußersten Rande des Hauptdämmerungsbogens nach Sonnenuntergang eine ganz ungewöhnliche Höhenlage verrieten. Von 1887 ab wurde ihre Höhe auf photogrammetrischem Wege von

1) Dämmerungsbeobachtungen in Assuan im Winter 1908. Met. Ztschr. 1909, 97.

1) Pernter-Exner, Meteorolog. Optik, IV. Abschnitt, Wien u. Leipzig 1910, 767.

2) Es erscheint fraglich, ob die Berücksichtigung der Refraktion einen Vorteil bietet, da die Kontrolle fehlt, ob der in Betracht kommende Grenz-Sonnenstrahl die Erde tangiert oder nur eine Wolkenoberfläche.

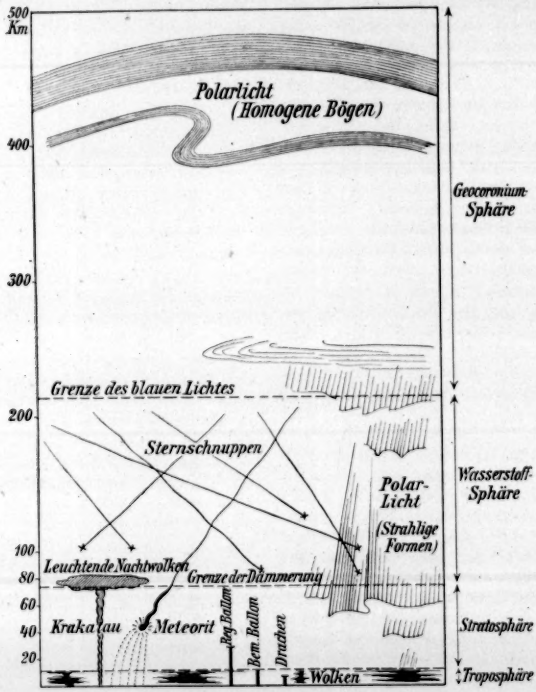

Fig. 1. Querschnitt der Atmosphäre.

Jesse und Stolze zu 70—83 km ermittelt[1]). In der Folgezeit sind sie dann immer seltener geworden und gelten gegenwärtig wohl schon seit geraumer Zeit als definitiv verschwunden. Erst beträchtliche Zeit nach ihrer Entdeckung wurde die jetzt allgemein angenommene Vermutung laut, daß man es mit den Produkten der bereits 1883 erfolgten gewaltigsten Vulkaneruption der geschichtlichen Zeit, nämlich des Ausbruchs des Krakatau in der Sundastraße, zu tun habe[2]). Über die Natur dieser Wolken dürfte aber auch heute noch wenig Klarheit herrschen. Die Hypothese, daß es sich um Ausbruchsprodukte des Krakatau handle, wurde zu einer Zeit aufgestellt, als die Stratosphäre noch nicht entdeckt war, und man infolgedessen annahm, daß die Abnahme der Temperatur mit der Höhe sich bis zur Grenze der Atmosphäre erstreckte. Erst im Jahre 1902 wurde gleichzeitig von Teisserenc de Bort in Paris[1]) und Aßmann in Berlin[2]) die Entdeckung gemacht, daß diese Temperaturabnahme bei etwa 11 km Höhe ganz aufhört, und daß in der darüber liegenden „Stratosphäre" überall dieselbe Temperatur von ca. -55^0 C herrscht.

Hieraus entspringt aber eine bedeutende Schwierigkeit für die Auffassung der leuchtenden Nachtwolken als vulkanische Eruptionsprodukte; denn um diese oberen isothermen Schichten, noch dazu bis zu der enormen Höhe von 75 km, zu durchbrechen,

1) O. Jesse, Untersuchungen über die sogen. leuchtenden Nachtwolken. Sitz.-Ber. d. Kgl. Preuß. Akad. d. Wiss. in Berlin, Mai 1891 (eine frühere Arbeit ebendort 1890); auch Meteorolog. Ztschr. 1891, 306; Astron. Nachr. **140**, 3347, 161; später erschien eine zusammenfassende Abhdlg. „Die leuchtenden Nachtwolken" in den Publ. d. Berliner Sternwarte.

2) Kießling stellt in seinen „Untersuchungen über Dämmerungserscheinungen" (1888) die Frage noch als offen hin.

1) Compt. Rend. **134**, 987, 1902.

2) Sitz.-Ber. d. Preuß. Akad. d. Wiss. in Berlin, 1902, 495.

dazu gehört ein Auftrieb, den wir selbst der stark erhitzten Luft, die vom Vulkan aufsteigt, nicht ohne weiteres zuschreiben dürfen. Damit steht auch, wie gleich zu zeigen ist, in Übereinstimmung, daß die Rauchsäulen großer Eruptionen, soweit sie beobachtet wurden, sich in der Tat stets an der Grenze der Stratosphäre seitlich ausgebreitet haben. Es liegen hier Beobachtungen vor, die bei richtiger Deutung den Nachweis dieser Schichtgrenze zwischen Tropo- und Stratosphäre involvieren, und dabei aus einer Zeit stammen, in der man noch weit entfernt war, diesen Nachweis mit Hilfe von Registrierinstrumenten führen zu können. Wir werden zeigen, wie diesem nach den gegenwärtigen Erfahrungen naheliegenden Einwande begegnet werden kann. Was ferner die unmittelbare Zusammensetzung dieser Wolken betrifft, so ist jedenfalls die Annahme, daß es sich um irgendwelche festen Eruptionsprodukte handelte, gänzlich unhaltbar. Denn daß diese festen Partikel sich mehr als 6 Jahre lang in nahezu derselben Höhe gezeigt haben und dabei doch so kompakter Natur gewesen sind, daß sie direkt als Wolken sichtbar waren, läßt sich nicht miteinander vereinigen. Auch diesen Punkt wollen wir im folgenden klarzustellen versuchen.

Zunächst dürfte es nicht überflüssig sein, einige Beispiele für unsere obige Bemerkung zu geben, daß sich die Rauchsäulen der größeren Vulkanausbrüche an der Grenze zwischen Troposphäre und Stratosphäre pinienartig ausbreiten, ohne wesentlich in die letztere einzudringen. So hat Whymper, auf einer Besteigung des Chimborazo begriffen, am 3. Juli 1880 einen Ausbruch des Cotopaxi beobachtet[1]): „Um 5 Uhr 45 Minuten morgens begann eine schwarze Rauchsäule vom Krater aufzusteigen. Sie stieg, rasch sich kräuselnd, mit ungeheurer Geschwindigkeit in die Luft, und in weniger als einer Minute hatte sie eine Höhe von 20 000 Fuß über dem Rande des Kraters erreicht." (Geschätzt nach den bekannten Dimensionen des Berges.) „Der Gipfel der Säule mußte daher nahe 40 000 Fuß über der Meeresoberfläche sein. In dieser Höhe traf sie auf einen heftigen Ostwind, welcher den Rauch rasch 20 engl. Meilen nach dem Stillen Ozean zu führte." Eine ähnliche Beobachtung wurde ferner am 20. Mai 1883, 3 Monate vor dem Hauptausbruch, am Vulkan Krakatau gemacht. Von dem deutschen Kriegsschiff „Elisabeth" aus, das sich 4 geograph. Meilen vom Vulkan entfernt befand, wurde die Höhe der Rauchsäule zu 10 400 m gemessen; dagegen soll dieselbe am 26. August allerdings 27 km betragen haben. Auch bei der Eruption des Vulcano, Anfang August 1888, betrug die Höhe der Rauchsäule nach Riccio 10,5 km. Diese Höhenmessungen sind in den meisten Fällen naturgemäß sehr ungenau, zumal auch perspektivische Täuschungen vorkommen dürften, aber die angegebenen Zahlen zeigen doch so viel, daß die Ausbreitung der Rauchwolken offenbar in der Tat an der genannten Schichtgrenze erfolgte. Wenn also die Stratosphäre bereits dem Eindringen der Rauchmassen einen derartigen Widerstand entgegensetzt, so sollte man in der Tat ein gänzliches Durchdringen derselben bis zur Höhe von 70 km hinauf für nahezu unmöglich halten.

Indessen möchte ich auf folgendes aufmerksam machen: Bunsen fand in den Gasen der isländischen Fumarolen 25 Proz. Wasserstoff, und einen ähnlich hohen Gehalt an diesem Gase, nämlich 23,3 Proz., fand auch Moissan in den Gasen des Mt. Pelée auf Martinique bei der Eruption von 1902. Erinnert man sich an den bekannten Versuch von Grove[1]), bei welchem durch Hineinbringen eines geschmolzenen, weißglühenden Platintröpfchens in Wasser Knallgas erhalten wird, also Dissoziation des Wassers eintritt ohne Wiedervereinigung bei der Abkühlung, so ist in der Tat bei derartigen Vulkanausbrüchen, wie beim Krakatau, wo das Meer Zutritt zur glühenden Lava hat, zu erwarten, daß außer Wasserdampf auch große Mengen freien Wasserstoffs entstehen. Damit würden aber die oben geäußerten naheliegenden Bedenken entkräftet werden, ja es erschiene dann besonders plausibel, daß diese Gasmassen die ganze Stratosphäre bis zu derjenigen Schichtgrenze durchstiegen haben, welche, wie später zu zeigen ist, mit dem Beginn der Wasserstoffsphäre zusammenfällt.

Die leuchtenden Nachtwolken dürften auf Kondensation des hier angehäuften Wasserdampfes zurückzuführen sein und sich, abgesehen von ihrer abnormen Höhenlage, in nichts von gewöhnlichen Cirruswolken unterscheiden. Keine dieser Wolken dürfte einen längeren Bestand gehabt haben, sie sind offenbar entstanden und vergangen, wie auch die gewöhnlichen Wolken. Das Bleibende war nur der in diesen Höhen angehäufte Wasserdampf, der bei Hebung der Schichtgrenze sogleich zur Kondensation führt. Es läßt sich leicht zeigen[2]), daß die relative Feuchtigkeit in 70 km Höhe normalerweise bereits auf unmeßbar kleine Be-

1) Kießling, Untersuchungen über Dämmerungserscheinungen. Hamburg und Leipzig 1888, 49.

1) Vgl. Erdmann, Lehrb. d. anorgan. Chemie, 3. Aufl., Braunschweig 1902, 139.

2) Alfred Wegener, Über Temperaturinversionen; Beitr. z. Physik d. freien Atm. IV, 1, 55, 1910.

träge gesunken sein muß. Da nämlich in der Stratosphäre alle Vertikalströmungen ausgeschlossen sind und auch keine Kondensation stattfindet, so muß der Wasserdampf in ihr den Gesetzen der idealen Gase folgen. Nehmen wir daher als mittleren Dampfdruck in 11 km Höhe den plausiblen Wert 0,017 mm an, so können wir hiernach ohne Schwierigkeit die Dampfdrucke für alle anderen Höhen berechnen, und da die Temperatur — soweit unsere Messungen reichen — überall dieselbe ist, so ergibt sich damit sofort auch die relative Feuchtigkeit. Man erhält folgende Werte:

Höhen in km . .	11	15	20	25	30
Dampfdruck (mm)	0,017	0,0115	0,00706	0,00433	0,00266
Relat. Feucht. Proz.	50,3	34.0	20,9	12,8	7.9
Höhen in km . .	35	40	45	50	
Dampfdruck (mm)	0,00163	0,00100	0,000615	0,000378	
Relat. Feucht. Proz.	4,8	3.0	1,8	1,1 usw.	

Durch diesen Gang der relativen Feuchtigkeit erklärt sich die Tatsache, daß oberhalb der Schichtgrenze bei 11 km im allgemeinen keine Wolken mehr beobachtet werden. In der Tat sind die leuchtenden Nachtwolken die einzige uns bekannte Wolkenart, welche in größeren Höhen aufgetreten ist. Aus den Zahlenwerten geht zur Genüge hervor, daß die relative Feuchtigkeit in der Höhe von 70 km bereits auf Werte herabgesunken sein muß, welche sich mit unseren hygrometrischen Methoden durchaus nicht mehr nachweisen lassen. Der Umstand, daß in dieser Höhe dennoch Wolken aufgetreten sind, zwingt uns demnach zu dem Schluß, daß hier eine Quelle für den Wasserdampf liegt oder gelegen hat, und diese Quelle kann keine andere sein als die der Ausbruchsgase des Krakatau. Hierbei sei aber noch auf einen anderen Punkt hingewiesen. Wie später ausführlich zu zeigen ist, kommt man für die Höhe von 60 km auf den Gesamtluftdruck von 0,106 mm Quecksilber, für 80 km sogar nur noch auf 0,0192 mm. Da 0,019 der Sättigungsdruck des Wasserdampfes bei -55^0 (in bezug auf Eis[1])) ist, so sieht man, daß man hier an die Grenze kommt, an welcher äußerer Luftdruck und Sättigungsdruck einander gleich werden. Oberhalb dieser Grenze ist jede Kondensation ausgeschlossen, und an der Grenze selber müßte die Atmosphäre aus reinem Wasserdampf bestehen, um Wolken erzeugen zu können. Natürlich verschiebt sich diese Grenze nicht unerheblich, wenn unsere Annahme über die Temperatur falsch sein sollte. Man sieht aber, daß die Atmosphäre in diesen Höhen imstande ist, nahezu beliebig große Quantitäten von Wasserdampf in gasförmigem Zustande aufzunehmen, ohne ihn durch Kondensation sogleich wieder zu beseitigen. Gerade durch diese Annahme, daß es sich um außerordentlich große Mengen handelt, wird aber die jahrelange Fortdauer des Nachtwolkenphänomens erklärt. Die relativ geringfügigen Kondensationserscheinungen, welche diese Wolken repräsentierten, lassen sich leicht auf lokale adiabatische Hebungen der Schichtgrenze wie bei dem gewöhnlichen Cirrostratus zurückführen. Um aber den gewaltigen Vorrat an unsichtbarem Wasserdampf aus diesen Höhen zu beseitigen, was nur mit Hilfe der langsamen Diffusion möglich ist, müssen bedeutende Zeiträume nötig sein, und es ist anzunehmen, daß auch gegenwärtig noch, obwohl die Sättigung anscheinend nie mehr erreicht wird, in der Höhe dieser Wolken eine relative Feuchtigkeit vorhanden ist, welche die oben angeführten theoretischen Gleichgewichtswerte erheblich übertrifft.

Die vorangehenden Erörterungen waren nötig, um überhaupt ein klares Bild von der Natur der leuchtenden Nachtwolken zu erhalten. Für die vorliegende Untersuchung ist das Wesentliche, daß die Ausbruchsprodukte des Krakatau in dieser bestimmten Höhe ihr Aufsteigen beendet und sich seitlich ausgebreitet haben. Schon diese Tatsache allein würde die Annahme berechtigt erscheinen lassen, daß hier eine markante Schichtgrenze der Atmosphäre zu suchen ist; und der Umstand, daß diese Höhe so gut wie völlig mit derjenigen zusammenfällt, welche der oberen Grenze des Hauptdämmerungsbogens entspricht, kann als eine unabhängige Bestätigung dieser Annahme betrachtet werden.

Kapitel II. Die Wasserstoffsphäre oberhalb 70 km Höhe.

1. Die Zusammensetzung der Luft am Erdboden.

Die folgende Tabelle gibt die Zusammensetzung der Luft am Erdboden in Volumprozenten. Die Gase sind nach ihrem Molekulargewicht geordnet.

Die numerische Annahme über das hypothetische Geokoronium wird im zweiten Teil dieser Arbeit ausführlich begründet werden, weswegen wir sie hier übergehen. Die Unsicherheit der Volumprozente spielt für die folgende Berechnung vor allem beim Wasserstoff eine große Rolle. Bei diesem Gase sind wir im wesentlichen auf eine einzige Bestimmung angewiesen, welche

1) Bei -55^0 wird die Sättigung in bezug auf Eis schon bei einer relativen Feuchtigkeit von 55 Proz. erreicht. Vgl. Alfred Wegener, Über die Eisphase des Wasserdampfes in der Atmosphäre. Met. Ztschr. 1910, 451.

	Mol.-Gew.	Volumprozente
Geokoronium (einatomig) . .	ca. 0,4	ca. 0,000 58 (hypothetisch)
Wasserstoff H_2 .	2,02	0,0033 (Gautier-Rayleigh)
Helium *He* . . .	4,0	0,0005 (Claude)
Wasser H_2O. . .	18,02	variabel 0—4
Neon *Ne*	20,0	0,0015 (Claude)
Stickstoff N_2 . .	28,02	78,06 (Leduc)
Sauerstoff O_2 . .	32,00	20,90
Argon *Ar*	39,9	0,937
Kohlensäure CO_2	44,0	0,029 (var.)
Ozon O_3	48,0	Spuren (Thierry)
Krypton *Kr*. . .	83,0	ca. 0,0001
Xenon *X*	130,7	ca. 0,000 005

Gautier[1]) ausführte. Er fand 0,01 Volumprozente. Rayleigh[2]) hat indessen seine Messung einer sorgfältigen Kritik unterzogen und kommt zu dem Schluß, daß der Wasserstoffgehalt nur den 3. Teil des angegebenen Wertes betragen könne, also 0,0033 Volumprozente, wie oben angegeben. Auch Leduc[3]) kritisiert Gautiers Messung in gleichem Sinne. Gautier glaubt trotzdem seine Angabe aufrecht erhalten zu sollen[4]), und diese ist infolgedessen auch von vielen Autoren, wie Dewar u. a. angenommen worden. Hann benutzt einen mittleren runden Wert von 0,01 Volumprozent. Neuerdings hat nur noch Claude[5]) einen Versuch gemacht, den Wasserstoffgehalt der Luft zu bestimmen, und findet ihn jedenfalls kleiner als 0,0001 Volumprozent, also noch viel kleiner als Rayleigh annahm. Indessen ist seine Meßmethode, wie er selbst angibt, mit systematischen Fehlern behaftet, so daß sein Resultat doch zu unsicher erscheint, um berücksichtigt zu werden. Bei den vorliegenden Untersuchungen haben wir den von Rayleigh angenommenen Wert benutzt. — Man sieht aber aus diesen Angaben, wie unsicher gegenwärtig noch die Basis der Rechnung ist.

Die Schwierigkeit bei der Bestimmung des Wasserstoffgehalts liegt zum großen Teil darin begründet, daß die Luft überall, besonders in den großen Städten, auch noch Kohlenwasserstoffe enthält (die als lokale „Verunreinigungen" betrachtet werden und daher in der obigen Übersicht nicht mitgenommen werden konnten, obwohl ein solches Verfahren nicht ohne weiteres berechtigt erscheint). Und diese Kohlenwasserstoffe lassen sich chemisch nur sehr schwer von reinem Wasserstoff trennen. Diese Schwierigkeiten werden sich vielleicht nur dadurch umgehen lassen, daß man die Analyse an der Küste oder auf einer Insel im Ozean ausführt. Indessen hat sich das Interesse erst neuerdings diesem Gegenstande wegen seiner Bedeutung für die Physik der obersten Luftschichten zugewandt, und es ist zu hoffen, daß nunmehr auch von chemischer Seite diese Bedeutung gewürdigt, und an eine exakte Neubestimmung geschritten wird.

2. Die theoretische Zusammensetzung der Atmosphäre in den höheren Schichten. Die Berechnung der Zusammensetzung und des Luftdruckes für die verschiedenen Höhen geschieht in der Weise, daß man sich die Partialdrucke der Gase einzeln berechnet, wobei man in die barometrische Höhenformel

$$\log \text{nat}\left(\frac{p_0}{p}\right) = \frac{h}{H(1+\alpha t)}$$

(p_0 = Druck in der Ausgangshöhe, p = Druck in der um h größeren Höhe, $\alpha = \frac{1}{273}$ der Ausdehnungskoeffizient der Gase, t = Mitteltemperatur der Luftsäule h in Celsiusgraden) für H die charakteristische Konstante (sog. Höhe der homogenen Atmosphäre) des betreffenden Gases einzusetzen hat. Durch Summation der Partialdrucke aller Gase erhält man den Gesamtluftdruck, und das Verhältnis der Partialdrucke zu diesem gibt unmittelbar die Volumprozente. Setzen wir die Mitteltemperatur der untersten 10 km gleich $\frac{+9-55}{2} = -23^0$ C, und nehmen darüber überall -55^0 an, so erhalten wir das folgende Resultat, bei welchem auch das hypothetische Geokoronium mitgenommen ist.

Zusammensetzung der Luft (in Volumprozenten)[1]).

Höhe km	Luftdruck mm	(Geokoronium)	Wasserstoff	Helium	Stickstoff	Sauerstoff	Argon
0	760	0,00058	0,0033	0,0005	78,1	20,9	0,937
20	41,7	0	0	0	85	15	0
40	1,92	0	1	0	88	10	—
60	0,106	5	12	1	77	6	
80	0,0192	19	55	4	21	1	
100	0,0128	29	67	4	1	0	
120	0,0106	32	65	3	0	—	
140	0,00900	36	62	2	—		
200	0,00581	50	50	1			
300	0,00329	71	29	—			
400	0,00220	85	15				
500	0,00162	93	7				

In Fig. 2 sind diese Zahlen veranschaulicht. Will man aus der Figur die Zusammensetzung in einer bestimmten Höhe entnehmen, so legt man durch dieselbe eine Horizontale; die auf die verschiedenen Felder entfallenden Abschnitte

1) Ann. d. Chem. XXII, 1901, Jan.
2) Phil. Mag. VI. Ser., Vol. 3, April 1902, S. 416.
3) Compt. rend. **135**, 860.
4) Compt. rend. **135**, 1025.
5) Compt. rend. **148**, Nr. 22, Juni 1909.

1) Es sind nur diejenigen Gase berücksichtigt, die in irgendeiner Höhe mindestens 0,1 Volumprozent geben.

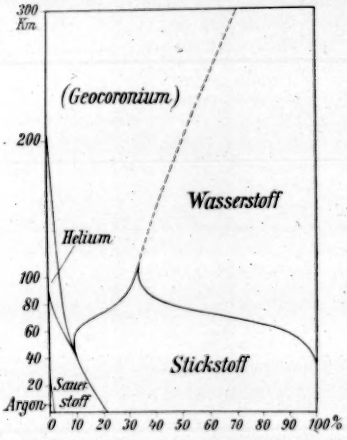

Fig. 2. Zusammensetzung der Atmosphäre.

stellen dann die Volumprozente der betreffenden Gase dar.

Die Mitnahme des Geokoroniums hat nur wenig Einfluß auf die Verteilung der übrigen Gase: ließe man es fort, so fiele sein Raum in der Figur dem Wasserstoff anheim, ohne daß sich die anderen Grenzkurven merklich änderten.

Der Wasserdampf wurde bei dieser Berechnung nicht berücksichtigt. Wie vorher erwähnt, erscheint es nicht ausgeschlossen, daß er in gewissen Höhen wenigstens zeitweise sogar den Hauptbestandteil, mindestens aber einen sehr wesentlichen Bestandteil ausmacht. Da er aber erheblich schwerer ist als Helium und Wasserstoff, so muß er in den Höhen, wo diese Gase in den Vordergrund treten, unter allen Umständen mehr und mehr auch prozentisch verschwinden, so daß das Bild durch seine Vernachlässigung nicht wesentlich gefälscht werden kann.

3. Anwendbarkeit der Gasgesetze. Es muß noch die Frage erörtert werden, ob wir denn berechtigt sind, die Gasgesetze in der angegebenen Weise auf die Atmosphäre anzuwenden; denn dies hat ja zur Voraussetzung, daß statisches Gleichgewicht herrscht, während in Wahrheit ein stationärer Bewegungszustand vorliegt. Die neueren Forschungen mit Hilfe der Registrierballons haben indessen gezeigt, daß sich die sog. Gesamtzirkulation der Atmosphäre auf die Troposphäre beschränkt, welche für diese großzügigen Betrachtungen nur von sehr geringer Dicke ist, wiewohl sie etwa $^3/_4$ der Gesamtatmosphäre in sich verdichtet enthält. In unseren Breiten ist diese Schicht, in welcher infolge der vertikalen Konvektion die Temperatur nach unten zunimmt und der Wasserdampf teilweise kondensiert, bekanntlich etwa 11 km dick, am Pol vielleicht 9, am Äquator 17—18. Innerhalb dieser Schicht können wir allerdings eine Verteilung der Gase nach dem Daltonschen Gesetze kaum erwarten. Hier werden wir wegen der fortwährenden Mischungen einen Zustand annehmen müssen, welcher von der Verteilung nach den Gasgesetzen mehr oder weniger in der Richtung nach einer Konstanz der Volumprozente hin abweicht. Ob freilich, wie Humphreys a. a. O. annimmt, letztere völlig erreicht ist, muß doch wohl dahingestellt bleiben[1]). Übrigens ist aus der graphischen Darstellung ersichtlich, daß auch nach den Gasgesetzen in diesen untersten 11 km erst eine sehr geringe Änderung eintritt, so daß es für das Resultat nicht viel ausmacht, ob wir diese schon von der Erde oder erst von 11 km Höhe ab gelten lassen. Oberhalb dieser Höhe aber muß die hier herrschende Isothermie alle Vertikalbewegungen der Luft verhindern, so daß hier in der Tat eine Verteilung der Gase nach den Gasgesetzen anzunehmen ist. Allerdings ist zu berücksichtigen, daß unsere Temperaturmessungen gegenwärtig nur bis zur Höhe von 29 km reichen[2]). Wenn aber die gleichförmige Temperatur von ca. -55^0 C, welche die Stratosphäre bisher in allen untersuchten Höhen gezeigt hat, ein Resultat des Strahlungsgleichgewichts zwischen Erde und Weltraum ist, wie es die neueren Arbeiten von Gold und namentlich Humphreys[3]) wahrscheinlich machen, so haben wir begründete Ursache, anzunehmen, daß auch in größeren Höhen die Temperaturverhältnisse sich nicht mehr wesentlich ändern werden. Es lassen sich also von dieser Seite her keine prinzipiellen Einwände gegen das Verfahren erheben.

4. Übereinstimmung des Umschlages in der Zusammensetzung mit der Schichtgrenze bei 70 km Höhe. Der Umschlag in der Zusammensetzung, welcher sich nach dem Vorausgehenden in etwa 70 km Höhe vollzieht, ist ein auf den ersten Blick überraschend plötzlicher. Die Ursache ist die große Verschiedenheit der Molekulargewichte der beiden in Be-

1) Vgl. die im II. Teil dieser Arbeit zu besprechenden Analysen von Luftproben aus der Höhe.

2) Der höchste bisher ausgeführte Registrierballonaufstieg ist der vom 5. Nov. 1908 (Brüssel). Vgl. A. Wagner, Die höchsten Registrierballonaufstiege, Met. Zeitschr. 1909, S. 88. Von Aufstiegen auf 27 und 26 km Höhe liegen bereits mehrere vor.

3) Vertical temperature-gradients of the atmosphere, especially in the region of upper inversion, Astrophysical Journal XXIX, 1909, I, 14—32.

tracht kommenden Gase Stickstoff und Wasserstoff; es ist einleuchtend, daß der Übergang um so langsamer erfolgen muß, je geringer dieser Unterschied ist, und umgekehrt. Das Interessanteste ist aber, daß diese markante Trennung zwischen der Stickstoff- und Wasserstoffsphäre gerade in derjenigen Höhe eintritt, in welcher wir, wie oben ausgeführt, bereits aus ganz anderen Gründen eine Schichtgrenze anzunehmen genötigt waren. Hierdurch wird diese letztere Annahme ganz außerordentlich gestützt. Die Übereinstimmung wird nur wenig beeinträchtigt durch die Ungenauigkeit der der Rechnung zugrunde liegenden Werte. Ich habe bereits an anderer Stelle[1]) darauf hingewiesen, daß man auch mit demjenigen Wert des Wasserstoffgehalts am Erdboden, welchen Hann annimmt, ja sogar noch mit dem Gautierschen Wert, eine ganz leidliche Übereinstimmung der Höhen erhält, welche noch besser wird, wenn man, wie Humphreys, die Volumprozente bis 11 km als konstant annimmt. Ferner sieht man aus einer Vergleichung der vorliegenden Zahlenwerte mit den von Hann berechneten (bei denen erheblich andere Temperaturen in den unbekannten Schichten zugrunde gelegt sind), daß selbst ein großer Fehler in der Temperaturannahme nur eine geringe Verschiebung der Höhenskala zur Folge hat und das Bild als Ganzes nicht ändert. Wir sind also nicht berechtigt, anzunehmen, daß die Rechnungsergebnisse wesentlich anders ausfallen würden, wenn der Wasserstoffgehalt am Erdboden genauer bekannt wäre und wir über die gegenwärtig unbekannten Temperaturen der Schichten oberhalb 30 km Höhe Aufschluß erhielten.

5. Akustische Zeugnisse. Es existiert bereits eine große Zahl von Fällen, in denen glaubhafte Berichte über außerordentlich weite Hörbarkeit von Geschützdonner und ähnlichen Schallphänomenen überliefert sind. v. dem Borne hat zwei derartige Fälle genauer untersucht[2]). Besondere Beachtung hat die von De Quervain[3]) beschriebene Dynamitexplosion an der Jungfraubahn vom 15. November 1908 gefunden.

Das Merkwürdige bei diesem Phänomen besteht darin, daß außer einem die Explosionsstelle umgebenden Gebiet normaler Hörweite, ein zweites noch viel ausgedehnteres Gebiet abnormer Hörweite vorhanden war, welches von ersterem durch eine rund 100 km breite „Zone des Schweigens" getrennt war. Wie aus der von De Quervain gegebenen Kartenskizze zu entnehmen ist, erstreckt sich das Gebiet normaler Hörweite bis etwa 30 km von der Schallquelle, ist aber einseitig nach Norden zu entwickelt. Die darauf folgende Zone des Schweigens, aus welcher zahlreiche negative Berichte vorliegen, reicht bis 140 km von der Schallquelle. Hier beginnt, etwa einen Azimutwinkel von 80° (von N bis E) umfassend, die Zone abnormer Hörbarkeit, welche etwa 50 km breit ist, und deren Innenrand schärfer markiert erscheint als der Außenrand. Diese letztere Hörbarkeitszone führt nun v. dem Borne in seiner eingangs erwähnten Arbeit[1]) auf die Schallreflexion an der in Rede stehenden Schichtgrenze zurück. Im Prinzip beruht dies auf folgender Überlegung. Da die Schallgewindigkeit in gewöhnlicher Luft nur etwa 330 m p. Sek., in Wasserstoff aber 1280 m p. Sek. beträgt, so müßte, falls eine scharfe Schichtgrenze vorhanden wäre, schon bei einem Einfallswinkel von 15^0 $\left(\sin \varphi = \frac{v}{v_1}\right)$ Totalreflexion eintreten, und der Strahl würde, wenn er im übrigen geradlinig verliefe, in 40 km Abstand von der Schallquelle wieder die Erde erreichen. Von hier ab nach außen zu läge (ohne scharfe äußere Begrenzung) eine zweite Hörbarkeitszone. Indem v. dem Borne nun einmal die Krümmung berücksichtigt, welche die Schallstrahlen innerhalb der Troposphäre wegen der hier herrschenden Temperaturabnahme mit der Höhe erleiden müssen, und indem er in Rechnung zieht, daß die beiden Gase an der Schichtgrenze nicht scharf getrennt sind, so daß auch keine eigentliche Reflexion, sondern nur ein allmähliches Herumbiegen der Schallstrahlen erfolgen kann, gelingt es ihm zu zeigen, daß hierdurch der vorerwähnte Abstand von 40 km auf etwa 120 km hinausgeschoben wird. In bezug auf die Berechnung verweisen wir auf die Originalabhandlung und geben hier nur das Resultat derselben in Form der folgenden Tabelle wieder.

Es kann keinem Zweifel unterliegen, daß diese Erklärung in einer weit vollkommeneren Weise den Erscheinungen gerecht wird als die früheren Versuche, dieselben lediglich aus der Windänderung mit der Höhe zu erklären. Damit bieten aber diese Rechnungen einen indirekten Beweis für die Realität einer oberhalb 70 km liegenden Wasserstoffsphäre.

1) Über eine neue fundamentale Schichtgrenze der Erdatmosphäre, a. a. O.

2) Über die Verbreitung der durch die Dynamitexplosion zu Förde in Westfalen verursachten Schallphänomene; „Erdbebenwarte", **4**, 1, 1904, sowie: Über die Fernwirkung der Koburitaufflammung in Witten-Annen; ebendort **6**, 110, 1907.

3) Die Erdbeben in der Schweiz im Jahre 1908 und die Schallverbreitung der Dynamitexplosion an der Jungfraubahn am 15. November. Annal. d. Schweiz. Met. Zentralanstalt, Jahrg. 1908.

1) Schallverbreitung bei Explosionskatastrophen, a. a. O.

Depressionswinkel an der Schallquelle	Die Schallbahn wird horizontal in einer Höhe von ... km	Die Schallbahn erreicht die Erdoberfläche ... km von der Schallquelle
80°	56	290
70	58	210
60	62	142
50	65	126
40	69	120
30	75	118
20	89	126
17° 20′	∞	∞

Es erscheint hiernach nicht ausgeschlossen, daß man diese Schallphänomene zu einer systematischen Erforschung der obersten Luftschichten wird verwenden können[1]). Wenn man über eine Reihe passend verteilter Stationen verfügt, deren Beobachter zu der verabredeten Zeit ihre Aufmerksamkeit auf die Erscheinung konzentrieren können, so würden höchstwahrscheinlich schon erheblich geringere Schallintensitäten, beispielweise einzelne Kanonenschüsse, genügen. Durch genaue Zeitvergleichungen würde man dann ein wesentliches Kriterium für die Richtigkeit dieser Vorstellungen gewinnen. Den Einfluß des Windes, wenigstens innerhalb der Troposphäre, würde man leicht mit Hilfe von Pilotballon-Visierungen ermitteln können. Derartige Versuche würden sich wahrscheinlich ohne allzu große Kosten auf Schießplätzen anstellen lassen. Es ist zu hoffen, daß tunlichst bald auf diese Weise das bisher rein zufällige und mit allen Mängeln eines solchen behaftete Beobachtungsmaterial durch ein mehr systematisches ersetzt wird.

1) Wie A. Schmauß mir gelegentlich vorschlug.

(Schluß folgt.)

Über das Verhältnis des Argons und des Stickstoffs in den Quellgasen.

Von B. Walter.

Bei seinen zahlreichen Analysen von Quellgasen mit Rücksicht auf ihren Gehalt an Edelgasen hat Ch. Moureu zunächst denjenigen dieser Gase im ganzen bestimmt[1]) und später in Verbindung mit R. Biquard auch noch den hierin befindlichen Betrag des Heliums besonders ermittelt[2]). Dabei ergab sich, daß der Heliumgehalt von einer Quelle zur andern ganz erheblich — in den meßbaren Fällen zwischen 5,34 und 0,0012 Proz. — schwankte, wie es auch wegen der verschiedenen Radioaktivät der verschiedenen Gesteinsschichten von vornherein erwartet wurde.

Von den übrigen Edelgasen kommt nach den Angaben der Verfasser bei den Quellgasen quantitativ nur noch das Argon in Betracht; denn in der letzten der beiden erwähnten Abhandlungen ist z. B. ausdrücklich bemerkt, daß man durch Bildung der Differenz aus dem Gesamtgehalt an Edelgasen und demjenigen an Helium den Gehalt an Argon ableiten könne. Die Zahlen selbst werden jedoch nicht angeführt; und es ist auch hiervon überhaupt nicht weiter die Rede.

Berücksichtigt man nun aber, daß das Argon der unterirdischen Gewässer doch höchstwahrscheinlich zum größten Teile aus der atmosphärischen Luft stammt, d. h. mit ihr durch die atmosphärischen Niederschläge in den Erdboden hineingelangt ist, so scheint es doch wohl von einigem Interesse, auch den Gehalt des Argons nicht bloß bei den einzelnen Gewässern untereinander, sondern auch vor allem mit dem der Atmosphäre selbst zahlenmäßig zu vergleichen.

Zu diesem Zwecke wird man allerdings den Argongehalt nicht mehr auf das gesamte Gasvolumen, sondern nur auf seinen Stickstoffgehalt beziehen, da ja einesteils der Sauerstoff der in den Erdboden hineingedrungenen Luft in letzterem zu einem mehr oder weniger großen Teile chemisch gebunden wird, und andernteils die Kohlensäure der Quellen wieder umgekehrt fast nur aus dem Erdboden stammt und also hier erst recht nicht in Frage kommt.

Somit sind also in der folgenden Tabelle zunächst für die atmosphärische Luft und dann für 28 der von Moureu und Biquard untersuchten Brunnen nicht bloß ihr Gehalt an Kohlensäure, Sauerstoff, Stickstoff, Helium und Argon, sondern in der letzten Vertikalspalte auch noch der auf den Stickstoffgehalt bezogene Argongehalt angegeben. Es sind das sämtliche Brunnen, für welche die genannten Verfasser neben dem Helium- und dem Argongehalt auch denjenigen an Stickstoff gesondert bestimmt haben, wie es ja für diese Betrachtung notwendig ist.

Aus der letzten Vertikalspalte dieser Tabelle ersieht man nun, daß der auf Stickstoff bezogene Argongehalt der Brunnengase — im Gegensatz zum Heliumgehalt — nur in verhältnismäßig engen Grenzen, nämlich nur zwischen 0,90 und 1,83 Proz. schwankt, und daß in diesen Grenzen auch der Argongehalt der atmosphärischen Luft, 1,20 Proz., eingeschlossen ist. Hierin liegt aber offenbar tatsächlich eine sehr gute Bestätigung der oben erwähnten

1) Ch. Moureu, Comptes rendus **142**, 1155, 1906.
2) Ch. Moureu u. R. Biquard, ebenda **143**, 795, 1906.

Brunnen-Nr.	Atmosphärische Luft	CO_2	O_2	N_2	Helium	Argon	Argon (auf N_2 bezogen)
		0,03	20,9	78,1	ca. 0,00015	0,937	1,20
1	Bad Gastein (Österreich)	Spur	1,40	97,25	0,169	1,18	1,21
2	Spa (Belgien)	84,25	0,175	15,30	0,064	0,215	1,41
3	Plombières (Vogesen) Source Vauquelin	0,21	1	96,81	0,258	1,77	1,83
4	Plombières (Vogesen) „ Nr. 3	—	5,75	92,56	0,292	1,49	1,61
5	Plombières (Vogesen) „ Crucifix	—	3,30	95,14	0,201	1,36	1,43
6	Plombières (Vogesen) „ Nr. 5	—	4,27	94,25	0,104	1,55	1,65
7	Plombières (Vogesen) „ Capucins	—	8,90	88,65	0,036	1,41	1,59
8	Bains les Bains (Vogesen)	Spur	4,69	94,07	0,198	1,04	1,10
9	Luxeuil (Hte Saône) Source des dames	1,9	0,6	95,44	0,87	1,22	1,28
10	Luxeuil (Hte Saône) „ Grand-Bain	3,07	1,8	93,09	0,77	1,34	1,44
11	Maizières (Côte-d'Or)	—	1	92,65	5,34	1,05	1,13
12	Bourbon-Lancy (Saône-et-Loire) Source Reine	Spur	0,9	96,1	1,75	1,15	1,20
13	Bourbon-Lancy (Saône-et-Loire) „ du Lymbe	Spur	3,6	93,5	1,84	1,20	1,28
14	Aix-les-Bains (Savoyen)	—	11,11	87,74	0,037	1,15	1,31
15	Salins-Moutiers (Savoyen)	36,70	—	62,54	0,21	0,56	0,90
16	Saint-Honoré (Nièvre)	—	—	97,92	0,910	1,17	1,20
17	Néris (Allier)	12,3	0,50	85,09	1,06	1,04	1,22
18	Dax (Landes) Source Nèhe	—	1	97,56	0,0345	1,41	1,44
19	Dax (Landes) „ Trou des pauvres	—	—	98,6	0,005	1,2	1,2
20	Ax (Ariège) Source Viguerie	—	—	98,45	0,097	1,45	1,47
21	Bagnères (Htes-Pyrénées) SourceSalies	3,14	Spur	95,25	0,04	1,56	1,64
22	Cauterets (Htes-Pyrénées) Source César	—	—	98,44	0,237	1,32	1,34
23	Cauterets (Htes-Pyrénées) „ Mauhourat	—	—	98,47	0,04	1,49	1,51
24	Cauterets (Htes-Pyrénées) „ du Bois	—	—	98,48	0,12	1,40	1,42
25	Cauterets (Htes-Pyrénées) „ la Raillère	—	—	98,79	0,108	1,10	1,11
26	Eaux-Bonnes (Basses Pyrénées)	—	—	98,20	0,613	1,19	1,21
27	Eaux-Chaudes (Basses Pyrénées)	—	—	98,57	0,140	1,29	1,31
28	Caldellas (Portugal)	—	2,44	96,40	0,017	1,14	1,18

Vermutung, daß das Argon der unterirdischen Gewässer nicht wie ihr Helium aus dem Erdboden, sondern — in der Hauptsache jedenfalls — zugleich mit ihrem Stickstoff aus der atmosphärischen Luft herrührt.

Was ferner die Unterschiede der einzelnen, auf den Stickstoff bezogenen Argongehalte der Brunnen sowohl untereinander als auch im Vergleich zu dem der atmosphärischen Luft anbetrifft, so zeigt die Tabelle, daß von den 28 aufgeführten Brunnen nur 5 einen kleineren Argongehalt haben als die Luft (1,20), und daß dieser Gehalt von den übrigen 23 Brunnen bei 11 zwischen 1,20 und 1,40, bei 8 zwischen 1,40 und 1,60, bei 3 zwischen 1,60 und 1,80 und bei einem sogar über 1,80 liegt.

Wenn es nun auch ohne Kenntnis der näheren geologischen Verhältnisse nicht möglich erscheint, die Ursachen dieser Unterschiede im einzelnen näher zu verfolgen, so ist doch noch zu erwähnen, daß die Tatsache, daß die meisten dieser Brunnen einen vergleichsweise höheren Argongehalt aufweisen als die atmosphärische Luft, einfach aus der größeren Löslichkeit des Argons im Wasser zu erklären sein dürfte. Nach Lord Rayleigh und W. Ramsay[1]) besitzt nämlich das Argon bei gewöhnlicher Temperatur etwa die 2,5fache Löslichkeit von der des Stickstoffs in Wasser; und in Übereinstimmung hiermit fanden die Beobachter u. a. auch, daß der aus einem Regenwasser gewonnene Stickstoff mehr als zweimal so reich an Argon war als der atmosphärische.

Nicht die größeren, sondern die kleineren Argongehalte dieser Tabelle sind es demnach, welche nach der oben dargelegten Auffassung über die Herkunft des unterirdischen Argons noch eine besondere Erklärung verlangen; und diese dürfte nun wohl in erster Linie in einer, in den in Frage kommenden Erdschichten stattfindenden, besonderen Stickstofferzeugung zu suchen sein.

Hamburg, Physikalisches Staatslaboratorium im Januar 1911.

(Eingegangen 2. Februar 1911.)

1) Lord Rayleigh und W. Ramsay, Zeitschr. f. physik. Chem. **18**, 362, 1895.

Einige Bestimmungen der elektrischen Leitfähigkeit in der bolivianischen Hochkordillere.

Von Walter Knoche.

Während eines Aufenthaltes in der Kordillere von Quimza Cruz (Bolivia) wurden in den Monaten April bis September 1909 eine Anzahl luftelektrischer Messungen angestellt, unter ihnen auch einige Bestimmungen der Leitfähigkeit. Diese beanspruchen vielleicht wegen der großen Höhe des Beobachtungsortes,

dem Aguila-Hochtale (Dep. La Paz, Prov. Inquisivi) mit 5200 m Meereshöhe, ein größeres Interesse. Wenn auch die luftelektrischen Beobachtungen an anderer Stelle in extenso publiziert erscheinen werden, so habe ich wenigstens die Messungen, welche die Leitfähigkeit betreffen, in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Es bezeichnet hierin E_+ die +-, E_- die —-Elektrizitätsmenge in elektrost. Einh./m³, E das Mittel aus E_+ und E_-, U und Q, als Maße der Unipolarität, die Differenz bzw. den Quotienten von E_+ und E_-, n_+ und n_- die +- und —-Ionendichten (Ionenzahl/cm³); die Spalten v_+ und v_- enthalten die spezifischen Geschwindigkeiten der +-, bzw. —-Ionen $\frac{(\text{cm sec})}{\text{Volt cm}}$, die Spalten λ_+ und λ_- entsprechend das +- und —-Glied der spezifischen Leitfähigkeit der Luft λ. V gibt das Potentialgefälle in Volt/1 m, i und A bedeutet die Größe des Vertikalstromes in elektrost. Einh., bzw. in Amp. cm. — Zur Messung diente der Ebertsche Aspirationsapparat mit aufsteckbarem Macheschen Hilfskondensator. Die Messung ist an dieser Stelle so bekannt, daß sich eine Wiederholung erübrigt; es sei nur bemerkt, daß zur Ladung des Vorsteckkondensators mit Erfolg eine kleine vor und nach der Messung kontrollierte Batterie von Beutelelementen verwandt wurde. Die Messungen sind allerdings sämtlich mit dem wohl nicht sehr großen Fehler behaftet, welcher aus der Nichtberücksichtigung des Einflusses der Luftverdünnung (Luftdruck 406—419 mm) auf die Fördermenge resultiert. Das Instrumentarium, von der Firma Günther & Tegetmeyer-Braunschweig geliefert, an sich vortrefflich, litt an einer für Reisen in etwas unwirtlicheren Gegenden zu geringen Stabilität[1]).

Ehe ich auf eine kurze Besprechung der Werte eingehe, will ich noch bemerken, daß außerordentlich häufig (fast bei der Hälfte aller Messungsversuche und zu allen Tageszeiten, auch nach Einbruch der Nacht) die Messung infolge Auftretens statischer Ladungen völlig mißlang. In diesen Fällen war auch ein Arbeiten mit dem Elster und Geitelschen Zerstreuungsapparate aus dem erwähnten Grunde oft nicht möglich. Die auftretenden Ladungen ließen sich nur beseitigen, wenn man das Elektroskop öffnete und den isolierenden Bernsteinstopfen benetzte, was keineswegs verhinderte, daß bald darauf die Blättchen neu auseinander spreizten. Die Ladungen waren oft wechselnde, gewöhnlich negative, beim Ebert- und dem Elster- und Geitelapparat aber zumeist dem Vorzeichen nach gleichsinnig. Da bei sorgfältiger Erdung durch Manipulationen solche Zustände nicht hervorgerufen, im Gegenteil sorgfältigst alle Berührungen des Elektroskops vermieden wurden, so kann man nur an atmosphärische Zustände denken, welche diese Ladungen veranlaßten. Hinzufügen möchte ich, daß auch sonst starke Ladungen nicht gerade selten auftraten; meine Frau erhielt z. B. einen kräftigen Schlag beim Aufnehmen eines seidenen Tuches, ich beim Berühren eines Vicuñafelles. Gerade letzteres ist in Bolivien seiner Ladungen wegen bekannt und daher als wollene Kleidung verarbeitet, bei Gewittern gefürchtet. Am Hochspannungselektroskop gaben Stücke eines Vicuñafelles Ausschläge von 6—8000 V. In einer Stunde lud sich nun das Elektroskop des Aspirationsapparates gelegentlich auf 100 bis 200 V. auf; dies geschah besonders lebhaft, wenn die Aspiration einsetzte. Vergleichende Potentialbestimmungen ließen bei den Aufladeerscheinungen kein anormales Verhalten erkennen, doch waren Rauch (∞) und Dunst (∿), sowie auch Luftbewegung von gewissem Einfluß, indem bei ihrer Vermehrung das Aufladen mit Vorliebe einzutreten schien. Eine Abnahme der relativen Feuchtigkeit verstärkte zeitweise gleichfalls das Phänomen, ohne daß es aber bei höheren Feuchtigkeiten (über 80 Proz.) völlig fehlte. Würde es sich um einen ungeschützten Zerstreuungskörper, z. B. einen Elster- und Geitelapparat ohne Glocke handeln, an dem die beschriebenen Erscheinungen ausschließlich beobachtet wurden, so könnte man unter der Voraussetzung einer Aktivierung des Zerstreuungskörpers in emanationshaltiger Luft an eine Kollektorwirkung desselben denken. In unserem Falle ist sie ausgeschlossen, und es bleibt nur die Annahme, daß das Aufladen eine Folge reibungselektrischer Vorgänge ist, wie sie auch in Wüsten und Steppen gar nicht selten beobachtet wurden. Hierfür würde die Trübung der Luft, welche auf einen Gehalt suspendierten Staubes oder anderer gelegentlicher Verunreinigungen hinweist, und die Verstärkung der Ladung bei wechselnder Luftströmung sprechen. Eine genauere und systematische Untersuchung des „Aufladens" verdient jedenfalls alle Beachtung. Bei den Zerstreuungsmessungen beansprucht die Erscheinung aber insofern Interesse, als sie hin und wieder zu Fälschungen der Resultate Anlaß gibt, indem der beobachtete Voltabfall eine schwer kontrollierbare Vergrößerung oder Verminderung erfahren kann. Es wurde auf dem Aguila das Prinzip verfolgt, daß eine Messung nicht vorgenommen wurde,

1) Es ist zu hoffen, daß die bei obiger Firma neu bestellten Apparate, bei welchen meine Erfahrungen „mehr Gewicht, aber größere Haltbarkeit" berücksichtigt wurden, gegen unsanfte Behandlung unempfindlicher sein werden.

wenn während der Isolationsprüfung sich Spuren von „Aufladung" zeigten. Die Isolation war übrigens stets eine ganz vorzügliche.

Es handelt sich um zu wenige Messungen, um ev. Einflüsse meteorologischer oder anderer Elemente festzustellen, die übrigens auch nirgends hervortreten. In das Auge fallend ist der sehr hohe Mittelwert der Gesamtleitfähigkeit λ (aus 30 Beobachtungen gebildet), nämlich $10{,}8 \cdot 10^{-4}$ st. E. Würden wir die Mittel-

Dat.	Zeit	E_+	E_-	E	U	Q	n_+	n_-	v_+	v_-	λ_+	λ_-	λ	V	i	A	Bemerkgn.
Mai																	
3.	3p 22	1,35	1,18	1,26	0,17	1,1	$4{,}0 \cdot 10^3$	$3{,}5 \cdot 10^3$	0,48	0,61	$1{,}96 \cdot 10^{-4}$	$2{,}17 \cdot 10^{-4}$	$4{,}13 \cdot 10^{-4}$	90	$12{,}4 \cdot 10^{-7}$	$4{,}1 \cdot 10^{-16}$	
3.	7p 10	1,94	0,50	1,22	1,44	3,9	5,7	1,5	0,92	0,27	5,35	0,41	5,76	43	8,2	2,7	
10.	9a 15	1,84	1,65	1,74	0,19	1,1	5,4	4,8	0,81	0,78	4,46	3,82	8,28	58	10,0	5,3	
10.	3p 23	1,03	1,15	1,09	—0,12	0,9	3,0	3,4		1,08		3,74					str — cu Zenit; ≈ -1 0.
Juni																	
19.	9a 32	1,75	1,17	1,46	0,58	1,5	5,2	3,4		0,80		2,77					
Juli																	
18.	10a 41	0,60	0,15	0,38	0,45	4,0	1,8	0,4	0,58	0,63	1,06	0,26	1,32	130	5,7	1,9	
18.	2p 44	0,28	0,82	0,55	—0,54	0,3	0,8	2,4		1,22		2,99					
18.	5p 39	1,72	0,62	1,17	1,10	2,8	5,1	1,8	2,20		11,44						0 — 1 = Fetzen.
19.	3p 29	0,45	0,52	0,48	—0,07	0,9	1,3	1,5	1,83	1,81	2,43	2,77	5,20	27	4,7	1,6	
19.	4p 30	0,89	0,45	0,67	0,44	2,0	2,6	1,3	3,50	1,56	9,28	2,07	11,35	27	10,2	3,4	
21.	10a 29	1,05	0,48	0,76	0,57	2,2	3,1	1,4	1,38	0,38	4,36	0,54	4,90	37	6,0	2,0	
21.	2p 7	0,41	0,34	0,38	0,07	1,2	1,2	1,0	4,84	1,13	5,92	1,15	7,07	21	4,9	1,6	
21.	8p 41	0,88	0,09	0,48	0,79	9,8	2,6	0,3	5,43	1,15	14,40	0,35	14,75	20	9,8	3,3	
22.	10a 19	0,50	1,01	0,76	—0,51	0,5	1,5	3,0	4,66		7,13						
22.	2p 11	0,09	0,46	0,28	—0,37	0,2	0,3	1,4	4,82		1,47						
22.	5p 29	1,43	0,43	0,93	1,00	3,3	4,2	1,3	2,90		12,42						
26.	11a 11	1,22	1,14	1,18	0,08	1,0	3,6	3,4	0,57		2,09						
26.	2p 52	0,58					1,7		1,88	5,61	3,26						
26.	5p 16	0,53	0,55	0,54	—0,02	1,0	1,6	1,6	11,50	0,61	18,77	1,00	19,77	15	9,9	3,3	
Aug.																	
1.	10a 58	0,36	0,91	0,64	—0,55	0,4	1,1	2,7	1,64	1,92	1,84	5,29	7,13				
1.	2p 43	1,48	0,82	1,15	0,66	1,8	4,4	2,4	4,23	2,11	18,98	5,16	24,14				
1.	6p 28	0,72					2,1		3,18	1,70	6,81						
2.	10a 24	0,96					2,8		12,80	1,46	36,56						
2.	3p 48	0,94	0,48	0,71	0,46	2,0	2,8	1,4	0,99	2,49	2,83	3,56	6,39	150	32,0	10,7	≈ 1 E^0.
2.	8p 8	0,81	0,89	0,85	—0,08	0,9	2,4	2,6		3,70		9,91					$\approx$
5.	10a 21	0,91	2,11	1,51	—1,20	0,4	2,7	6,2	1,61		4,43						
5.	2p 25	0,53	0,43	0,48	0,10	1,2	1,6	1,3	0,28	3,90	0,46	5,17	5,63	104	19,5	6,5	
5.	8p 29	1,48	0,72	1,10	0,76	2,0	4,4	2,1	4,50	3,33	20,20	7,13	27,33	95	86,0	28,9	
6.	7a 8	2,23	1,87	2,05	0,36	1,2	6,6	5,5	2,34		15,75						
6.	9a 53	2,05	1,89	1,97	0,16	1,1	6,0	5,6	6,72		41,13						
6.	2p 49	0,74	0,55	0,64	0,19	1,3	2,2	1,6	0,52	3,82	1,17	6,23	7,40	119	29,4	9,8	
6.	4p 21	0,50					1,5		10,21	7,21	15,62						
6.	5p 31	0,19	0,01	0,10	0,18	19,0	0,6	0,03	7,12	1,62	4,36	0,05	4,41	55	8,1	2,7	
6.	8p 4	0,81	0,17	0,49	0,64	4,8	2,4	0,5		1,49		0,76					
6.	10p 25	0,67	1,68	1,18	—1,01	0,4	2,0	4,9	3,32	2,93	6,77	14,64	21,41	50	35,7	11,9	E^1.
7.	1a 57		0,74					2,2		3,15		7,07					= Fetzen.
8.	0p 45	0,63	2,01	1,32	—1,38	0,3	1,9	5,9	3,32		6,43						
13.	0p 27	0,81	1,34	1,08	—0,53	0,6	2,4	3,9	1,55		3,79						
13.	5p 26	0,84	1,97	1,40	—1,13	0,4	2,5	5,8	1,61	1,41	4,11	8,34	12,45	28	11,6	3,9	
13.	8p 7	0,58	1,12	0,85	—0,54	0,5	1,7	3,3	2,02	3,96	3,50	13,33	16,88	47	26,5	8,8	
17.	11a 34	0,89	0,76	0,82	0,13	1,2	2,6	2,2	1,65	1,69	4,38	3,79	8,17	132	35,9	12,0	
17.	3p 34	1,00	0,77	0,88	0,23	1,3	2,9	2,3		0,96		2,25					
17.	8p 17	0,93	0,55	0,74	0,38	1,7	2,7	1,6	5,22	2,01	14,38	3,25	17,16	14	8,3	2,8	
18.	7a 25	2,32	0,91	1,60	1,41	2,5	6,8	2,7	1,23	1,32	8,53	3,64	12,17	51	20,7	6,9	
18.	10a 23	0,72	0,46	0,59	0,26	1,6	2,1	1,4		0,95		1,36					
18.	0p 28	1,02	2,02	1,52	—1,00	0,5	3,0	5,9	1,44	0,80	4,41	4,81	9,22	155	47,7	15,9	
18.	2p 34	0,62	1,00	0,81	—0,38	0,6	1,8	2,9		1,04		3,08					
18.	4p 45	1,14	1,62	1,38	—0,48	0,7	3,4	4,8	0,75	0,70	2,60	3,43	6,03	63	12,7	4,2	
18.	7p 4	0,48	1,70	1,09	—1,22	0,3	1,4	5,0	9,25	1,65	13,21	8,42	21,63	64	46,1	15,4	
18.	9p 23	1,32	0,67	1,00	0,65	2,0	3,9	2,0	2,70	1,68	10,74	3,43	14,17	37	17,4	5,8	str Zenit = 2 — 1 Fetzen = 1 — 2.
23.	9a 17	1,26	0,91	1,08	0,35	1,4	3,7	2,7		1,52		4,19					
24.	11a 31	1,20	1,14	1,17	0,06	1,0	3,5	3,4	1,03	0,61	3,68	3,14	6,82	88	20,0	6,7	
30.	3p 43	0,81	0,76	0,78	0,05	1,1	2,4	2,2		2,02		4,53					
Sept.																	
4.	0p 44	1,27	0,24	0,76	1,03	5,3	3,7	0,7	1,53	1,69	5,77	1,21	6,98	44	10,3	3,4	
4.	4p 30	0,82	0,45	0,64	0,37	1,8	2,4	1,3		2,02		2,68					
4.	9p 16	1,32	0,10	0,74	1,13	6,9	3,9	0,6	4,04	1,46	16,07	0,89	16,96	30	17,0	5,7	
10.	10a 23	0,65	1,41	1,03	—0,76	0,5	1,9	4,1		1,43		5,98					
10.	5p 2	1,01	0,84	0,92	0,17	1,2	3,0	2,5	2,80		7,14						
Zahl d. Fälle		0,97	0,90	0,95	0,08	2,0	$2{,}9 \cdot 10^3$	$2{,}7 \cdot 10^3$	3,29	1,87	$8{,}48 \cdot 10^{-4}$	$3{,}97 \cdot 10^{-4}$	$10{,}83 \cdot 10^{-4}$	64	$20{,}5 \cdot 10^{-7}$	$6{,}8 \cdot 10^{-16}$	
Mittel . . .		(57)	(54)	(53	(53)	(53)	(57)	(51)	(45)	(47)	(45)	(43)	(30)	(28)	(28)	(28)	

werte λ_+ und λ_- (45 und 43 Fälle) vereinigen, so würde ein noch höheres λ resultieren mit $12{,}4 \cdot 10^{-4}$ st. E. Hier ist bezeichnend, daß das positive Leitvermögen der Luft einen etwa doppelt so starken Anteil an der Gesamtleitfähigkeit hat wie das negative, $8{,}5 \cdot 10^{-4}$ gegen $4{,}0 \cdot 10^{-4}$ st. E. In 19 Fällen unter 30, war $\lambda_+ > \lambda_-$. Die Gerdienschen im Luftballon gewonnenen Werte ergaben in 6000 m: $\lambda_+ = 11{,}2 \cdot 10^{-4}$ gegen $\lambda_- = 9{,}2 \cdot 10^{-4}$ st. E., also zwar ein Überwiegen des positiven Teils der Leitfähigkeit, aber in nicht so ausgesprochener Weise wie auf dem Aguila. Die größte Differenz $\lambda_+ - \lambda_-$ tritt am 26. Juli (5 p. 16) auf, mit einem Betrag von $17{,}8 \cdot 10^{-4}$; am 13. August (8 p. 7) wird hingegen $\lambda_+ - \lambda_- = -9{,}8$, d. h. es überwiegt der —-Anteil der Leitfähigkeit um ein Bedeutendes. Das Maximum der Gesamtleitfähigkeit läßt sich nur andeutungsweise schätzen, wenn man in Betracht zieht, daß am 6. August (9 a. 58) λ_+ allein einen Wert von 41,1 erreicht; da die Ionendichte $5{,}6 \cdot 10^3/\text{cm}^3$ gleichfalls eine recht bedeutende ist, so wird man nicht fehlgehen, wenn man abgerundet $\lambda = 80$ setzt. Es ist wohl zweifellos, daß in der Kordillere hin und wieder noch weit größere Leitfähigkeiten beobachtet werden können. Vorläufig will ich es unterlassen, Schlüsse zu ziehen und weitere Untersuchungen abwarten; sie werden wahrscheinlich auch Klärung in die eigentümlichen Entladungserscheinungen der Anden bringen. Auf die anormalen luftelektrischen Zustände in der nordamerikanischen Kordillere (Gran Cañon in Arizona) weisen schon die mit dem Elster und Geitelschen Apparate ausgeführten Messungen Koenigsbergers[1]) hin. Inwieweit radioaktive Verhältnisse eine Rolle spielen mögen, ist bei der kurzen Messungsreihe nicht anzugeben; bei Windstille, d. h. Stagnation der Luft in dem ziemlich abgeschlossenen Hochtal, schien aber eine Vermehrung der Leitfähigkeit einzutreten. Nicht zu vergessen ist der Einfluß des wahrscheinlich recht ausgesprochenen täglichen Ganges von λ. Für λ_+ sind wohl in den Morgen- und Abendstunden Maxima vorhanden, in den Nachmittagsstunden ein Hauptminimum; λ_- zeigt, nach der geringen Anzahl von Messungen zu urteilen, wenigstens im Laufe des Tages, einen ziemlich gleichmäßigen Gang. Einflüsse lichtelektrischer Natur, wie sie Koenigsberger bei seinen Messungen für die hohe Zerstreuung als ev. Erklärung heranzuziehen sucht, scheinen hier fortzufallen, da die höchsten Werte der Zerstreuung, resp. der Ionendichte, gerade nicht zu Zeiten hohen Sonnenstandes vorkommen.

Das Überwiegen der +-Leitfähigkeit am gesamten spez. Leitvermögen der Atmosphäre im Aguilagebiet ist wohl weniger von der Ionenanzahl, als von der größeren spez. Geschwindigkeit v_+ abhängig; im Mittel von 45 resp. 47 Messungen verhalten sich $v_+ : v_- = 3{,}3 : 1{,}9$; während das Verhältnis $n_+ : n_- = 2{,}9 \cdot 10^{-3} : 2{,}7 \cdot 10^{-3}$ ein wenig unipolares Verhalten zeigt (57 und 54 Fälle). Beide Faktoren weisen gleichfalls starke Schwankungen auf.

Dem Max. für n_+ und n_- mit $6{,}6 \cdot 10^{-3}$ (6. Aug. 7 a. 8) und $6{,}2 \cdot 10^{-3}$ (5. Aug. 10 a. 21) stehen Minima von $0{,}3 \cdot 10^{-3}$ (22. Juli 2 p. 11) resp. 0,03 (6. Aug. 5 p. 31) gegenüber. Bei der spez. Geschwindigkeit ist die Differenz der Extreme noch bedeutender: Max. $v_+ = 12{,}8$ (2. August 10 a. 24), Min. $v_+ = 0{,}3$ (5. Aug. 2 p. 25); Max. $v_- = 7{,}2$ (6. Aug. 4 p. 21), Min. $v_- = 0{,}4$ (21. Juli 10 a. 29). Das gleiche rasch wechselnde Verhalten wie das spez. Leitvermögen zeigen dann auch die Werte i resp. A des vertikalen Leitungsstromes; das Mittel mit $20{,}5 \cdot 10^{-7}$ st. E. ist ein sehr hohes. Ebert fand bei München einen Wert von $5{,}0 \cdot 10^{-7}$ st. E.; dieser entspricht also ungefähr dem Minimum unter 28 Beobachtungen mit $4{,}7 \cdot 10^{-7}$ st. E. (19. Juli 3 p. 29). Das Max. $= 86{,}6 \cdot 10^{-7}$ st. E. (5. Aug. 8 p. 29) ergibt also einen 18 bis 19mal höheren Wert, als das beobachtete Min. Da es sich nur um eine kleine Anzahl Beobachtungen an normalen Tagen handelt, so sind zweifellos bei längeren Reihen noch weit größere Differenzen zu erwarten. Die Änderungen des Potentialgefälles V und des spez. Leitvermögens λ erfolgen hier übrigens im allgemeinen nicht in entgegengesetzter Richtung, wie es die große Variabilität des vertikalen Leitungsstromes auch andeutet.

Die vorliegenden Messungen beweisen die bekannte Zunahme der Leitfähigkeit mit der Erhebung über dem Boden; diese Zunahme ist, bisher aus Versuchen wohl weniger bekannt, auch für den vertikalen Leitungsstrom vorhanden. Die Veränderlichkeit des letzteren ist nicht geringer als die seiner Komponenten; d. h. das Potentialgefälle steht in keiner angenähert umgekehrten Proportionalität zu dem entsprechenden Leitvermögen. Künftige Messungen in der Hochkordillere und im Hochgebirge überhaupt müssen uns Kenntnis bringen über die Differenzen zwischen der Zunahme von λ in der freien Atmosphäre und über dem Gebirge, über die Einwirkung der Örtlichkeit, des thermodynamischen Verhaltens der Luft, der meteorologischen Elemente. Eine ev. Eigenart der Anden in luftelektrischer Hinsicht im Vergleich zu anderen Hochgebirgen der Erde, für die manches zu sprechen scheint, wird gleichfalls aus weiteren Beobachtungen zu beweisen sein.

Santiago (Chile), Dezember 1910.

(Eingegangen 21. Januar 1911).

1) Diese Ztschr. 8, 33, 1907.

Über die Helligkeitsempfindlichkeitskurve des Auges.

Bemerkung zu einem Versuche von Herrn Otto Lummer.

Von G. Looser.

In dem auf der Posener Hauptversammlung des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichtes gehaltenen Vortrage „Über die Helligkeitsempfindlichkeitskurve des Auges und ihre Benutzung zur Temperaturbestimmung[1]) führt Prof. Lummer u. a. einen Versuch an, um die größere Helligkeitsempfindung der Netzhaut auf dem mehr Stäbchen enthaltenden extrafovealen Teile, gegenüber dem mehr farbenempfindlichen gelben Fleck zu zeigen. Der Vortragende bedient sich dabei einer elektrischen Glühlampe, verschiedener Blenden und des Projektionsapparates. Früher wurde als geeignetes Objekt ein Stern (α Berenike) empfohlen. Fixiert man ihn, so verschwindet er, während er wieder sichtbar wird, wenn man etwas weg sieht, so daß sein Bild auf den peripherischen Teil der Netzhaut fällt. Ich habe im Augustheft 1907 der Zeitschrift für physikalischen und chemischen Unterricht einen Versuch beschrieben (**20** (6), 360), wodurch sich die oben erwähnte Tatsache in höchst einfacher Weise mit Hilfe des Balmaineschen Leuchtschirms zeigen läßt, den ich in etwas abgeänderter Form hier kurz wiederholen möchte. Man braucht nur eine geeignete Schablone auf den Schirm zu legen, so daß eine kreisrunde Öffnung von gewünschter Größe (1—3 cm) belichtet wird. Die Belichtung kann beliebig intensiv gemacht werden und man wird bald die geeignete je nach der Lichtquelle (Tageslicht oder Bogenlicht) herausfinden. Will man, wie es der Vortragende macht, auch verschieden große Flecke vorführen bis zu einer Größe, die auf der Netzhaut den ganzen gelben Fleck ausfüllt, so schneidet man Öffnungen von verschiedener Größe und verdeckt nach dem Belichten die nicht zu benutzenden. Soll aber der Einfluß der Belichtung untersucht werden, so schneidet man mehrere gleiche Öffnungen, die man verschieden lange der Einwirkung der Leuchtstrahlen aussetzt. Man kann so die Erscheinung einem größeren Zuhörerkreise vorführen.

1) Siehe Bericht in Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften 1911, Nr. 1, S. 2.

Essen, 25. Januar 1911.

(Eingegangen 27. Januar 1911.)

Über Spiegelablesungen mit mehrfacher Spiegelung.

Von Wilhelm Volkmann.

Auf Seite 66—70 dieses Bandes dieser Zeitschrift beschreibt Herr Ludwig Geiger einige von ihm erdachte Anordnungen, um durch die Anwendung mehrfacher Spiegelung die Leistung der Gauß-Poggendorffschen Spiegelablesung zu steigern. Da ihm frühere Versuche in derselben Richtung unbekannt geblieben sind, möchte ich dieselben hier erwähnen und, weil das bisher meines Wissens nie geschehen ist, sie auf ihre Wirksamkeit untersuchen. Während es Herrn Geiger vor allem auf die erreichbare Helligkeit bei photographisch registrierenden Instrumenten ankommt, ist meine Aufmerksamkeit vornehmlich auf die Leistungsgrenze gerichtet, die aus der Verschlechterung der Bilder durch die Beugung sich ergibt. Allen mit mehrfacher Spiegelung arbeitenden Methoden ist eigentümlich, daß sie nur in einem kleinen Winkelraum ihre volle Leistung aufweisen. Bei der Beobachtung mit dem Fernrohr erfordern sie also nur die Beleuchtung einer kurzen Skale, diese kann transparent sein und von hinten her mit einer Linse beleuchtet sein, die die kleine Lichtquelle auf dem Spiegel abbildet. Auf diese Weise erzielt man leicht die erforderliche Helligkeit für subjektive Ablesung.

In einer Untersuchung, die zwischen der Ablesung mit Spiegel und Fernrohr und der mit Zeiger und Mikroskop entscheiden will und beide gleich leistungsfähig findet, erwähnt F. L. O. Wadsworth[1]), daß unter anderen Morley und Michelson den Strahl mit einem festen Spiegel auf den beweglichen wieder zurückgeworfen und damit fast die doppelte Empfindlichkeit erhalten haben. Walter P. White[2]) hat die Methode dadurch verbessert, daß er statt des festen Spiegels ein genau rechtwinkliges Prisma anwandte, in das der Strahl senkrecht zur Hypotenusenfläche eintrat und an dessen Kathetenflächen er zweimal total reflektiert wurde. Die Kante des rechten Winkels muß gekreuzt zur Drehungsachse des Spiegels liegen, dann werden die Ausschlagswinkel verdoppelt, das Nicken des Spiegels aber wird völlig unschädlich gemacht. Diese Methode ist in den nicht seltenen Fällen wertvoll, in denen es bei Aufhängung des Instrumentes an Fäden infolge irgend welcher Unsymmetrien wohl gelingt, entweder das Nicken oder die Unruhe der Nullage zu beseitigen, nicht aber beides zugleich. Diese Methoden geben etwas weniger als das Doppelte der Empfindlichkeit des einfachen Spiegels, weil man die Strahlen schräg, sei es

1) Phil. Mag. (5) **44**, 83—97, 1897.
2) Phys. Rev. **19**, 317, 1904.

von der Seite oder von oben her auf den Spiegel fallen läßt und weil das von der Skale etwas weiter als der Spiegel selbst entfernte Spiegelbild von ihm statt seiner selbst Aperturblende wird.

Auf eine andere Art benutzt L. Weber[1]) die Reflexion an zwei Spiegeln für Nullmethoden. Er stellt neben dem beweglichen einen zweckmäßigerweise größeren festen auf, so daß sie miteinander einen rechten Winkel bilden. Eine über dem Fernrohr angebrachte Lichtmarke erscheint nun in den Spiegeln doppelt, sobald eine Abweichung des Winkels zwischen den Spiegeln von 90° besteht und zwar bewegt sich jedes der beiden Bilder mit der doppelten Winkelgeschwindigkeit des Spiegels, das eine im gleichen, das andere im entgegengesetzten Sinne. Die Leistung der Methode hängt von der scheinbaren Breite des Spiegelbildes des beweglichen Spiegels ab. Sie wird also um so größer, je steiler zum beweglichen und je flacher zu dem festen Spiegel das Licht einfällt. Dabei ist hinreichende Größe des festen Spiegels vorausgesetzt, so daß in ihm noch das ganze Spiegelbild des beweglichen Spiegels überblickt werden kann.

Eine Nullmethode mit vielfacher Spiegelung hat Piltschikoff[2]) angegeben. Er setzt dicht vor die Skale, die nur wenige Teilstriche Umfang hat, einen festen Spiegel und läßt das Licht wiederholt über den beweglichen und den festen Spiegel gehen. Ist α der Drehungswinkel des Spiegels, so ist der Drehungswinkel des Lichtstrahles nach n Reflexionen am beweglichen Spiegel $2n\alpha$. Ist a der Abstand des festen Spiegels und der Skale vom drehbaren Spiegel, so ist der Lichtweg zwischen der letzten Reflexion am beweglichen Spiegel und der Skale bei n-Reflexionen am drehbaren Spiegel $(2n-1)a$. Danach scheint also die Empfindlichkeit, verglichen mit der der gewöhnlichen Spiegelablesung

$$\frac{2n\cdot(2n-1)}{2}$$

zu sein. Nun hatte aber bei gewöhnlicher Ablesung die Aperturblende den Abstand a von der Skale, während sie jetzt den Abstand $(2n-1)a$ hat, denn von der Skale aus gesehen ist der Spiegel bei seiner letzten Reflexion die engste Strahlbegrenzung. Es läßt sich also nur eine entsprechend gröbere Teilung auf der Skale noch ablesen und die Empfindlichkeit geht in Wirklichkeit auf die $n$fache herunter. Die verschiedenen Spiegelbilder der Skale liegen verschieden weit vom Fernrohr entfernt, bei jeder Einstellung dessellben sieht man also nur eins von ihnen. Das Gesichtsfeld ist klein und schon bei recht geringen Spiegeldrehungen tritt eine Verminderung der Apertur ein.

Eine andere Methode mit mehrfacher Spiegelung hat W. H. Julius[1]) beschrieben. Er stellt einen durchsichtig versilberten Spiegel dem beweglichen recht nahe gegenüber, ein wenig nach vorn oder hinten geneigt. Die Empfindlichkeit ist wie bei der vorigen Methode gegenüber der gewöhnlichen eine $n$fache. Man sieht alle Bilder gleichzeitig fast gleich scharf, sie sind infolge der Neigung des festen Spiegels in der Höhenrichtung gegeneinander verschoben. Das Gesichtsfeld ist nicht kleiner wie bei der gewöhnlichen Spiegelablesung und man kann einen ziemlich großen Drehungswinkel verwenden, wenn die beiden Spiegel einander nahe stehen. Über die Helligkeit der verschiedenen Bilder und über die zweckmäßige Dicke der Versilberung hat Julius am angeführten Orte Berechnungen angestellt und Versuchsresultate unter Beifügung einer photographischen Aufnahme durchs Fernrohr mitgeteilt. Bei allen Methoden mehrfacher Spiegelung sind die Anforderungen an die Genauigkeit der Spiegelflächen naturgemäß sehr viel größer als bei der gewöhnlichen Spiegelablesung.

E. Preuß[2]) verwendet zweimalige Spiegelung bei Lichtzeigereinrichtung, indem er den vom beweglichen Spiegel kommenden Lichtstrahl mit einem konvexen Zylinderspiegel auf die Skale wirft. Seine Berechnung behandelt den Lichtstrahl als gerade Linie und kommt zu einer enormen Steigerung der Empfindlichkeit. In Wirklichkeit kann man mit dem Hilfsmittel wohl in einem Auditorium einen Lichtzeigerausschlag auffälliger machen, aber keine Verfeinerung der Ablesung erzielen, der Lichtfleck wird in demselben Maße verbreitert, als der Winkel der Ablenkung vergrößert dargestellt wird. Auch desselben Autors Vorschlag, bei Fernrohrablesung einen sphärisch konkaven Hilfsspiegel anzuwenden, scheint mir nur die Verwendung eines kürzeren Skalenabstandes zu ermöglichen, aber weder in der Helligkeit noch im Auflösungsvermögen einen Vorteil zu bieten.

1) Zentr.-Ztg. für Optik und Mechanik **1889**, S. 173.
2) Journ. de phys. (2) **8**, 330—334, 1889.

1) Zeitschr. f. Instrumentenkunde **18**, 205, 1898.
2) Elektrotechnische Zeitschr. **26**, 411—413, 1905.

Charlottenburg, 25. Januar 1911.

(Eingegangen 26. Januar 1911.)

Der radiotelegraphische Gleichstrom-Tonsender.

Von G. Seibt.

Zu der Auseinandersetzung der Herren W. Burstyn und H. Rein (diese Ztschr. **11**,

1130, 1910 und **12**, 70, 1911) gestatte ich mir zu bemerken, daß die strittige Schaltung gleichfalls von mir ersonnen und in Betrieb genommen worden ist.

Den Ausgangspunkt bildete eine Beobachtung, die ich im Winter 1907 bei Telephonieversuchen gemacht hatte. Als wir das Mikrophon in den Speisestromkreis einschalteten und einen Kondensator von mehreren Mikrofarad zwischen die Gleichstromleitungen legten, um den Mikrophonströmen einen verlustfreien Nebenweg zur Maschine zu geben, geriet häufig der so gebildete Kreis in Schwingungen, die akustisch wahrnehmbar waren. Der Übelstand wurde durch die Einfügung passender Widerstände beseitigt.

Es lag nun der Gedanke nahe, das Phänomen, das für Telephonierzwecke als störend empfunden wurde, weiter zu verfolgen und zur Ausbildung einer regelmäßigen Unterbrechung der Hochfrequenzströme zu benutzen. Die Versuche ergaben, daß der erwartete Effekt eintrat. Wir vernahmen im Telephon des Empfängers einen reinen musikalischen Ton. Indessen war es mit den damaligen Lichtbogengeneratoren schwierig die Erscheinung aufrecht zu erhalten.

Über das Ergebnis dieser Versuche habe ich am 28. Januar 1908 an die Direktion der Amalgamated Radio Telegraph Co., London, berichtet. Obige Worte sind mit unwesentlichen Zusätzen diesem Berichte entnommen.

Die Versuche wurden von mir in New York im Laboratorium der Radio Telegraph Co. fortgesetzt. Meinem Tagebuch entnehme ich hierüber folgende Notiz vom 12. 4. 09.

„Es wurde versucht, den Lichtbogen sowohl für sehr schnelle Schwingungen als auch für relativ langsame, hörbare Schwingungen zu verwenden. In einem Resonanzkreis konnte man einen musikalischen Ton wahrnehmen.

Als Selbstinduktion für den langsam schwingenden Kreis diente eine Drosselspule aus der drahtlosen Telephonstation von de Forest, eine Spule ohne Eisen aus der Empfängereinrichtung, sowie drei andere Spulen ohne Eisen, die dem Lager entnommen waren.

Der Ausschlag in dem Antennenamperemeter ging jedesmal zurück, sobald der zweite Kreis angeschaltet wurde.

Die Kapazität bestand aus vier in Reihe geschalteten Kondensatoren von je 2 MF.

Als die Selbstinduktion mehr und mehr verkleinert wurde, wurde der Ton höher und höher, und der Ausschlag im Antennenamperemeter ging mehr und mehr zurück. Schließlich hörten die Schwingungen überhaupt auf. Man hörte aber noch einen recht schrillen Ton, der offenbar von dem Bogen ausging."

Herr Dr. de Forest hat sich dann, da ich selbst mit der Einführung meines Radiotone-Systems (im wesentlichen identisch mit dem bekannten System der tönenden Funken) hinreichend beschäftigt war, der weiteren technischen Ausbildung der Anordnung gewidmet und unter anderem mit etwa 15 m hohen Antennen von New York nach Philadelphia telegraphiert. Zur Variation der Tonhöhe bediente er sich einer einfachen Einrichtung, die einen schnellen Wechsel von Kapazität und Selbstinduktion ermöglichte.

Schöneberg-Berlin, Privatlaboratorium, den 21. 1. 11.

(Eingegangen 22. Januar 1911.)

VORTRÄGE UND REDEN.

Die Theorie in der Technik mit besonderer Berücksichtigung der Entwickelung der Kreiselräder[1]).

Von H. Lorenz.

Für den schöpferisch tätigen Ingenieur ist eine innige Vertrautheit mit den in seinen Maschinen und Bauwerken wirksamen Naturkräften unbedingtes Erfordernis; und doch würde man irren, wenn man in seinen Leistungen nur eine Anwendung naturwissenschaftlicher, vor allem physikalischer Gesetze erblicken wollte. Hierzu tritt vielmehr — ausschlaggebend für die nutzbare Verwendung im Dienste der Menschheit — die Abwägung der wirtschaftlichen Seite jedes technischen Problems; weiterhin aber die auf Raumvorstellungen gegründete Fähigkeit, die verfügbaren Stoffe zu gewünschtem Zwecke mit Rücksicht auf ihre Eigenschaften zu gestalten und organisch zu verbinden. Es liegt auf der Hand, daß die Ausbildung dieser τεχνη, also einer Kunst im wahren Sinne des Wortes, bei ihren Jüngern ebenso eine gewisse Veranlagung voraussetzt, wie die selbständige Be-

1) Festrede gehalten zum Geburtstage S. M. des Kaisers am 27. Januar 1911 in der Techn. Hochschule zu Danzig.

handlung rein wissenschaftlicher Fragen. Solche Fragen treten dem Ingenieur immer dann entgegen, wenn es sich um die Voraussage des Verhaltens seiner Geschöpfe im praktischen Betriebe handelt, die in Form sog. Garantien rechtsverbindlich wird und damit ihrem Urheber eine weitgehende Verantwortung auferlegt. In der Zuverlässigkeit dieser für den Wettbewerb überaus wichtigen Voraussagen spiegelt sich neben den Erfahrungen der ausführenden Fabrik geradezu die wissenschaftliche Durcharbeitung ihrer Erzeugnisse wieder, mit der heutzutage fast ausschließlich Absolventen technischer Hochschulen betraut werden. Darum erwartet die deutsche Industrie mit Recht von den Hochschulen nicht nur eine gründliche Pflege der Konstruktionslehre und der Herstellungsverfahren, sondern auch der Theorie als Unterlage für die Berechnung der Abmessungen und die Voraussage des Verhaltens der fertigen Gegenstände. Zur Prüfung der zweckentsprechenden Ausführung dieser Gebilde und ihrer Leistungen bedient sich die Praxis in großem Umfange des Versuchs nach immer verfeinerten Methoden, welche die Studierenden in den jetzt fast überall bestehenden Laboratorien kennen und handhaben lernen.

Nicht auf allen Entwickelungsstufen der in der Gesamtkultur der Menschheit ja noch jungen Technik war die Wertschätzung der eben geschilderten Tätigkeitsgebiete des Ingenieurs eine so gleichartige, wie in unseren Tagen. Jahrhundertelang begnügte man sich mit dem notdürftigen Gange roh zusammengezimmerter Göpelwerke oder Wasserräder für Mühlen zum Betriebe von Förderanlagen und Pumpen im Bergbau nach uralten Vorbildern, ohne sich mangels wissenschaftlicher Einsicht über deren Wirtschaftlichkeit oder die Haltbarkeit ihrer Einzelteile Klarheit zu verschaffen. Wohl führten auch in diesem Stadium langjährige Erfahrungen und Betriebsunfälle zu gelegentlichen Verbesserungen. Indessen wurden diese von dem häufig mit dem Erbauer identischen Betriebsleiter als Geheimnis ängstlich gehütet und der Allgemeinheit vorenthalten.

Viel günstiger lagen die Verhältnisse in dieser Hinsicht für die Baukunst im engeren Sinne, zu der man vor der umfassenden Verwendung des Eisens auch den Brückenbau rechnen muß. Sie verfügte schon seit dem Altertum über einige der wichtigsten statischen Gesetze, sowie über eine Reihe bewährter Erfahrungsregeln, mit denen man unter reichlichem Materialaufwand unter normalen Verhältnissen eine mehr als genügende Widerstandsfähigkeit gegen äußere Einflüsse erzielte. Trotz der hohen künstlerischen Vollendung so entstandener Bauwerke konnte jedoch von einer Theorie nach unserer Auffassung auf diesem Gebiete ebensowenig, wie in den Anfängen des Maschinenbaues die Rede sein.

Eine solche wurde erst möglich, nachdem die Grundbegriffe der Mechanik von Galilei der Erfahrung abgelauscht und durch Newton unter weitgehender Verwendung der von ihm und Leibniz geschaffenen Infinitesimalrechnung zu einem logisch aufgebauten System vereinigt waren. Diese durch die Entdeckungen eines Kopernikus und Kepler, durch die Forschungen eines Descartes und Huygens wohl vorbereitete Tat erregte damals die staunende Bewunderung der Zeitgenossen, führte sie doch zur erstmaligen Feststellung eines die ganze sichtbare Welt beherrschenden Naturgesetzes, der allgemeinen Schwere. Mit ihrer Hilfe gelang es Newton und seinen Nachfolgern nicht nur die bis dahin bekannten Bewegungserscheinungen der Himmelskörper rechnerisch zu verfolgen, sondern auch ihr zukünftiges Verhalten für lange Zeiträume vorauszusagen, wofür der im vergangenen Jahre wieder erschienene Halleysche Komet ein schlagendes Beispiel liefert. Das Vertrauen in die so geschaffene Himmelsmechanik ist auch in den seit ihrer Aufstellung verflossenen zwei Jahrhunderten niemals ernstlich erschüttert, sondern dadurch, daß jede neue Entdeckung sich bei genauer Prüfung ihr zwanglos fügte, nur noch gesteigert worden. In ihrer strengen Folgerichtigkeit, die allerdings durch den Wegfall von Bewegungswiderständen im Weltraum begünstigt war, bildet sie darum das Musterbeispiel einer Theorie für alle Zweige der Naturforschung und der Technik, deren inniger Zusammenhang trotz der damaligen Unvollkommenheit beider in den Kreisen der Mathematiker und Physiker rasch erkannt wurde. Es ist daher nicht zu verwundern, wenn wir die erste, wirklich gelungene theoretische Untersuchung einer Maschine einem Manne wie Euler verdanken, der sich überhaupt um Ausbildung der jungen Analysis und ihre Anwendung auf physikalische Vorgänge unsterbliche Verdienste erwarb.

Die Maschine, der Euler sein Interesse zuwandte, war das in der Mitte des 18. Jahrhunderts von dem Göttinger Professor Segner erfundene und mehrfach ausgeführte Wasserrad, welches wir heute noch vielfach in Gärten zum Besprengen von Rasenflächen benutzen. Es bestand im wesentlichen aus einer hohlen Vertikalachse mit einigen daran befindlichen, ebenfalls hohlen Armen, aus deren seitlichen Mündungen das von oben in die Achse eintretende Betriebswasser herausströmte und vermöge der Strahlreaktion das Rad in Umdrehung

versetzte. Da die Querschnitte der Strombahn an allen Stellen des Rades nur klein gegen ihre Länge ausfielen, so konnte sich Euler der kurz vorher durch Daniel Bernoulli aufgestellten Stromfadentheorie bedienen, welche von Geschwindigkeit und Druckänderungen innerhalb der Stromquerschnitte absieht. Mit deren Hilfe gelang ihm die Berechnung des Vorgangs vollkommen unter Vernachlässigung der Bewegungswiderstände, d. h. unter der Annahme einer sog. idealen Flüssigkeit. Er stellte nicht nur die uns heute noch geläufigen Formeln für das Drehmoment und den Energieumsatz des Wassers in solchen Rädern auf, aus der für eine bestimmte Umlaufszahl die günstigste Ausnutzung des Betriebswassers folgte, außerdem aber schlug er zur Erzielung eines stoßfreien Eintritts die Anwendung von Leitkanälen vor und lieferte schließlich eine schematische Skizze einer diese Bedingungen erfüllenden Axialturbine. Die hierauf bezüglichen Abhandlungen Eulers finden sich in den Berichten der Berliner Akademie, die während der Regierung Friedrichs des Großen ganz unter französischem Einfluß stand. Dem konnte auch Euler sich nicht entziehen, und daher blieben seine in der Sprache unserer westlichen Nachbarn abgefaßten Arbeiten über Turbinen den Deutschen so gut wie unzugänglich. Berücksichtigt man außerdem, daß es zu jener Zeit wissenschaftlich gebildete Ingenieure noch gar nicht gab, so braucht man sich über die Nichtbeachtung der Eulerschen Turbinentheorie um so weniger zu wundern, als auch das Segnersche Wasserrad bald in Vergessenheit geriet. Euler selbst, der niemals ein solches gesehen hatte, verfolgte den Gegenstand ebenfalls nicht weiter, sondern wandte sich unmittelbar danach allgemeinen Problemen der Flüssigkeitsbewegung zu. Für diese stellte er, wieder als Erster, die mathematischen Fundamentalgleichungen auf und wurde damit der Begründer der theoretischen Hydrodynamik. Die Anregung zu dieser bedeutungsvollen wissenschaftlichen Leistung ging aber zweifellos von der Beschäftigung mit dem Segnerschen Wasserrade aus, so daß wir schon in den Anfängen der technischen Theorie deren fruchtbringende Rückwirkung auf die Entstehung eines der wichtigsten Teile der mathematischen Physik feststellen können. Wir sehen überhaupt, daß sich die hier geschilderte Aufeinanderfolge der Konstruktion einer Maschine durch einen vorwiegend praktischen Kopf und der wissenschaftlichen Aufklärung ihrer Wirkungsweise mit daraus hervorgehenden Verbesserungsvorschlägen durch Theoretiker in der Geschichte der Technik mehrfach wiederholt. Dafür braucht nur an die unvollkommene Dampfmaschine von Newcomen erinnert zu werden, die von Watt nach eingehenden Studien über die physikalischen Eigenschaften des Wasserdampfes auf Grund theoretischer Überlegung durch Abtrennung des Kondensators verbessert und damit zur Hauptbetriebsmaschine der Industrie des 19. Jahrhunderts erhoben wurde. Die Aufdeckung der Temperaturdifferenz zwischen Kessel und Kondensator als Ursache der Arbeitsleistung der Dampfmaschine durch Sadi Carnot bot dann wiederum im Verein mit dem von Robert Mayer erstmalig klar ausgesprochenen Energieprinzip den Anstoß zur Entstehung der mechanischen Wärmetheorie, eines der bedeutungsvollsten Zweige der modernen Physik. Besonders rein aber tritt die erwähnte Wechselwirkung zwischen Praxis und Theorie in der weiteren Entwickelung der Turbinen hervor, die wir mit ihren Umkehrungen heute unter dem Namen der Kreiselräder zusammenfassen.

So konstruierte auf Grund eines 1826 von der „Société d'encouragement" in Paris erlassenen Preisausschreibens Fourneyron ohne Anlehnung an Segner und Euler die erste Radialturbine mit innerer Beaufschlagung und konnte in seiner Preisbewerbung 1833 bereits über recht günstige Versuchsergebnisse an mehreren Ausführungen berichten. Eine Stromfadentheorie dieser Maschinen entwickelte darauf Poncelet ohne Kenntnis der sehr verwandten Eulerschen Arbeiten und bewies ihre befriedigende Übereinstimmung mit den Versuchsdaten Fourneyrons. Es lag dies vorwiegend daran, daß in diesen Rädern, wie bei Segner nur Kanäle mit sehr schmalen Querschnitten vorkamen, die man auch in den bald danach von Henschel und Jonval konstruierten Axialturbinen beibehielt.

Obwohl alle derartigen Räder im Einklang mit der Theorie recht befriedigend arbeiteten, so gestatteten sie doch nicht die Anwendung hoher Umlaufszahlen für große Wassermengen, zu deren Aufnahme immer nur ein schmaler Schaufelkranz verfügbar blieb. Mit dieser Tradition brach radikal der Amerikaner Francis, der in seiner außen beaufschlagten Radial-Axial-Turbine mit Schaufeln bis dicht an die Achse nahezu den ganzen Radkreisquerschnitt für den Wasserdurchfluß ausnutzen konnte. Damit erhielt er gleichzeitig einen äußerst bequemen Anschluß an das Saugrohr, das erst jetzt in seiner ganzen Bedeutung für den Energieumsatz in der Turbine hervortrat. Zwar hatte schon 1856 Zeuner auf rechnerischem Wege gezeigt, daß außen beaufschlagte Radialräder ökonomische Vorteile aufweisen müßten, indessen konnte man mit der Stromfadentheorie die relativ verwickelte Wasserbewegung in Francisrädern nicht verfolgen und betrachtete diese daher in

Europa lange mit großem Mißtrauen. Endlich war es auch bei uns unmöglich, sich ihren praktischen Erfolgen zu verschließen, zumal sie sich durch eine hohe Regulierbarkeit gegenüber den bisher gebräuchlichen Bauarten auszeichneten und damit für den Antrieb elektrischer Maschinen besonders geeignet erwiesen. Erst nachdem sich die Francisräder auf Grund solcher Eigenschaften, die bei sorgfältiger Werkstattausführung noch klarer hervortraten, Bahn gebrochen hatten, nachdem ferner auch ihre Umkehrungen, die Kreiselpumpen und Schleudergebläse auf rein empirischer Basis einen hohen Grad der Vollkommenheit erreicht hatten, erwachte der Wunsch und das Bedürfnis nach einer theoretischen Analyse ihrer Wirkungsweise.

Dieser Aufgabe war aber, wie schon bemerkt, die nach dem Vorbilde Eulers und Poncelets von den Theoretikern betriebene Verfolgung dünner isolierter Stromfäden nicht mehr gewachsen, so daß zeitweilig die ganze Turbinentheorie um so mehr in Mißkredit kam, als ihre akademischen Vertreter häufig die Fühlung mit der Praxis gänzlich verloren. Umgekehrt mußten in der Industrie Firmen, die auf dem Gebiete der Axialräder Hervorragendes geleistet hatten, die führende Stellung mit erheblichen wirtschaftlichen Verlusten an junge in modernem Geiste geleitete Fabriken abtreten. Da sich derartige schmerzliche Erfahrungen auch in anderen Zweigen der Technik, z. B. im Dampf- und Gasmaschinenbau, gegen Ende des neunzehnten Jahrhunderts wiederholten, suchte und fand man den Grund bald in der damaligen Rückständigkeit des Maschinenbauunterrichts an den technischen Hochschulen, dessen Reform dann auch unverzüglich in Angriff genommen wurde. Zunächst verstärkte man die Konstruktionslehre durch Teilung in ihre wichtigsten Spezialgebiete unter gleichzeitiger Aufhebung der Lehrstühle für Kinematik und theoretische Maschinenlehre, denen — nicht ganz mit Unrecht — die Hauptschuld an der Entfremdung zwischen Theorie und Praxis beigemessen wurde. Zur Vertretung der technischen Einzelfächer berief man junge in der Praxis schon bewährte Kräfte, denen auch die Vertretung der theoretischen Seite ihres Gebietes oblag. Auch den Unterricht in der Mechanik, der häufig von mathematischen Gesichtspunkten geleitet allen Zusammenhang mit der Technik verloren hatte, legte man — wenigstens an einzelnen Hochschulen — in die Hände dazu geeigneter Ingenieure mit der Verpflichtung zur Abhaltung von Übungen, die früher zum großen Schaden des Studienerfolges arg vernachlässigt worden waren. Schließlich stattete man die Hochschulen mit Maschinen- und Festigkeitslaboratorien aus, in denen vor allem nach Einführung der technischen Doktorwürde durch unseren Kaiser trotz der kurzen Zeit ihres Bestehens schon eine sehr beachtenswerte Forschertätigkeit geleistet worden ist. Wenn bei dieser unter mannigfachen Kämpfen vollzogenen Umgestaltung gelegentlich durch Einschränkung der mathematischen Grundlagen über das Ziel hinausgeschossen wurde, so hat sich dies doch infolge der immer höher gestiegenen wissenschaftlichen Anforderungen der Praxis bald ausgeglichen. Jedenfalls finden wir heute an Stelle des früher oft beklagten Gegensatzes zwischen Theorie und Praxis nicht nur vielfach ein harmonisches Zusammenarbeiten der beiderseitigen akademischen Vertreter auf dem Gebiete des Versuches, sondern auch bei zahlreichen in der Industrie tätigen Ingenieuren eine durch selbständige Publikationen deutlich bekundete Wertschätzung theoretischer Arbeit, wie sie in solchem Umfange noch nie zutage getreten ist. Während zu Beginn der geschilderten Reformperiode fast nur der Ruf nach einer Erweiterung der versuchsmäßigen Grundlage der Technik erscholl, und theoretische Deduktionen vielfach als überflüssig beiseite geschoben wurden, ist man sich heut vollkommen darüber klar geworden, daß zwar solche Spekulationen ohne empirische Ausgangspunkte in der Luft schweben, daß aber auch jede von keiner theoretischen Überlegung geleitete Versuchstätigkeit im Dunkeln tappt.

Nicht immer brauchen derartige Überlegungen die strenge Form mathematischer Gleichungen anzunehmen; es gibt besonders veranlagte Ingenieure und Physiker, welche ohne dieses Hilfsmittel wenigstens qualitativ ziemlich verwickelte Vorgänge zu durchschauen vermögen. Das sind indessen seltene Ausnahmen; der normale Ingenieur wird schon aus Sicherheitsgründen die mathematische Analyse nicht entbehren können, die nichts weiter als eine konzentrierte Summe logischer Schlußfolgerungen darstellt und bei einem alle empirischen Voraussetzungen umfassenden Ansatz von selbst zu richtigen Ergebnissen führt, wenn keine Rechenfehler begangen werden. Hierzu bedarf es nicht allein der Kenntnis der wichtigsten Zweige der niederen und höheren Mathematik, sondern auch einer gewissen Fertigkeit in ihrer Handhabung, um schnell und sicher zum Ziele zu gelangen. Über den Umfang des für Ingenieure notwendigen Wissens und Könnens in der Mathematik sind die Ansichten allerdings auch heute noch sehr geteilt und werden es vermutlich immer bleiben. Das kommt nur daher, daß es große technische Spezialgebiete gibt, z. B. die Stoffbearbeitung durch Werkzeuge und Werkzeugmaschinen, deren Erfahrungsgrundlagen sich bisher nicht

auf einfache Gesetze zurückführen und mathematisch formulieren ließen. Infolgedessen besitzen wir für diese Maschinengattung auch keine exakte Theorie, welche ihr dynamisches Verhalten vorauszusagen gestattet. Das geschieht vielmehr lediglich durch rein empirische Analogieschlüsse ohne Zuhilfenahme mathematischer Rechnungen, während die Bewegungsverhältnisse sich aus dem manchmal recht verwickelt erscheinenden Aufbau der Mechanismen von Arbeitsmaschinen auf graphischem Wege leicht verfolgen lassen. Die hierfür entwickelten Methoden der kinematischen Getriebelehre erwiesen sich dann auch auf anderen Gebieten, z. B. für das Studium der Steuerungen und Reguliervorrichtungen, als nützlich. —

Für die wirtschaftlich günstige Arbeitsweise der Kraft- oder Antriebsmaschinen spielt nun gerade das dynamische Verhalten der in ihnen wirksamen tropfbaren oder elastischen Flüssigkeiten die Hauptrolle. Ihre hierfür maßgebenden Bewegungsgleichungen wurden unter Vernachlässigung der Widerstände, wie schon erwähnt, von Euler selbst vor etwa 150 Jahren abgeleitet, aber noch nicht zu technischen Schlußfolgerungen benutzt. Da ihre Anwendung auf konkrete Fälle sich überdies mathematisch ziemlich verwickelt zu gestalten schien, so blieben sie in der Technik so lange gänzlich unbeachtet, als man hoffen durfte, mit der Bernoullischen Stromfadentheorie auszukommen. Daran änderten auch nichts die klassischen Untersuchungen von Helmholtz über das Wesen der Wirbelbewegung, sowie von Stokes und Kirchhoff über zweidimensionale Strömungen, deren praktische Bedeutung die Ingenieure lange verkannten. Die an unseren Hochschulen bis auf den heutigen Tag unter dem Namen der Hydraulik gewöhnlich vorgetragene Lehre von der Wasserbewegung blieb infolgedessen unter Verzicht auf eine tiefere wissenschaftliche Einsicht auf dem Niveau der bloßen Empirie stehen, wofür die große Zahl von Erfahrungskoeffizienten für alle möglichen Fälle ein wenig erfreuliches Zeugnis ablegt. Es braucht daher nicht wunder zu nehmen, daß die ersten Versuche, die Bewegung von Flüssigkeiten in Kreiselrädern mit Hilfe der Eulerschen Grundformeln der Hydrodynamik exakter zu verfolgen, mancherlei Vorurteilen begegneten und sogar auf leidenschaftlichen Widerspruch stießen. Und doch lassen sich auf diesem Wege aus der jedem Ingenieur geläufigen Forderung eines gleichen Energieumsatzes aller Flüssigkeitsteilchen für eine achsensymmetrische, reibungsfreie Strömung Radprofile und Schaufelformen ableiten, welche den praktisch bewährten ziemlich nahe kommen und überdies eine äußerst bequeme Berechnung der Maschine ermöglichen. Dabei wird allerdings, streng genommen, eine unendliche Schaufelzahl vorausgesetzt, während die ältere Anschauung mit der Annahme unendlich dünner Stromfäden sich hierin noch weiter von der Wirklichkeit entfernte. Somit stellt die achsensymmetrische Strömung, bei der man die Schaufelwirkung durch ein Kraftfeld ersetzen muß, welches seinerseits vermöge der von Euler angegebenen Gleichung für das Drehmoment im Rade ein Wirbelfeld bedingt, den naturgemäßen Fortschritt von der eindimensionalen zur zweidimensionalen Bewegung dar, deren mathematische Behandlung durch die Untersuchungen von Helmholtz, Stokes und Kirchhoff bereits gelehrt worden war. Um die Ergebnisse dieser neuen Theorie in die Wirklichkeit umzusetzen, bedarf es allerdings noch der Berücksichtigung der endlichen Zahl und Dicke der Schaufeln durch nachträgliche Korrektion der Umlaufszahl und des errechneten Radprofils, während man dem Reibungsverluste durch Einführung eines Wirkungsgrades in die Energieformel gerecht werden kann. Mit diesen Ergänzungen hat die Theorie unter den Händen erfahrener Konstrukteure insbesondere an Pumpen und Gebläsen schon recht beachtenswerte Versuchsergebnisse gezeitigt und damit ihre wissenschaftlich bald anerkannte Berechtigung auch praktisch erwiesen. Es ist vielleicht nicht ohne Interesse, daß die Theorie sich mit gewissen Vernachlässigungen auch auf Schiffsschrauben anwenden läßt und für solche auf eine größere Anzahl sehr schmaler Flügel zur Erzielung einer möglichst gleichmäßigen Durchströmung des nach hinten zu beschleunigenden Wassers führt. Die günstige Wirkung dieser Maßregel ließ sich in der Tat durch umfassende Versuche bestätigen, indessen zeigte sich, daß infolge der zur Verminderung der Wasserreibung geringen Flügelbreite deren von der Theorie geforderte Form durch die Materialstärke wesentlich beeinträchtigt wurde und damit ohne nennenswerten Einfluß auf die Fahrgeschwindigkeit und den Energieaufwand blieb. Den im Schiffbau gebräuchlichen Begriff des „Slip" kann die neue Berechnungsweise entbehren, da bei ihr die Rotation des Wassers unmittelbar aus der Eulerschen Formel für das Drehmoment hervorgeht, mit der die Propeller lediglich als axial bewegte Pumpen zur Beschleunigung von Flüssigkeiten ohne Drucksteigerung erscheinen.

Gestattet somit die Theorie der achsensymmetrischen Strömung die Berechnung und Aufzeichnung der Profile und Schaufelformen einer Anzahl gebräuchlicher Radgattungen, so darf doch nicht übersehen werden, daß sie stets ganz bestimmte Betriebsbedingungen voraussetzt,

die nur im normalen Beharrungszustande erfüllt sind. Von der Theorie verlangt man jetzt aber außerdem noch die wenigstens angenähert zutreffende Voraussage des Verhaltens der Maschine unter abnormalen Verhältnissen, wie sie durch stärkere Belastung oder Entlastung unter Mitwirkung des Regulators bei Turbinen oder durch Änderung der Fördermenge und Druckhöhe bei Pumpen und Gebläsen auftreten. Damit sind alsdann stets hydraulische Stöße, d. h. Unstetigkeiten der Geschwindigkeit verbunden, die sich, wenn der Flüssigkeitsstrom nirgends abreißen oder sich von den Radwandungen ablösen soll, nur auf die Rotationskomponente an den Schaufelenden erstrecken können. Andererseits tritt in diesem Falle bei Turbinen das Betriebswasser mit einer solchen Komponente in das Saugrohr ein, welches den hieran geknüpften Teil der kinetischen Energie nicht mehr in potentielle umzuwandeln vermag. Durch derartige mit Energieverlusten verbundenen Vorgänge werden aber die Bewegungsgleichungen trotz Aufrechterhaltung der Achsensymmetrie so verwickelt, daß ihre weitere mathematische Behandlung nahezu aussichtslos erscheint, während es keine Schwierigkeiten bietet, die Bewegungszustände mit der Stromfadentheorie angenähert zu verfolgen. Diese behauptet somit für den mit Stößen behafteten Gang der Kreiselräder vorläufig das Feld, zumal sie auch noch eine Erweiterung auf periodische Schwankungen zuläßt, und damit die Erklärung für den vorher empirisch festgestellten instabilen Arbeitsbereich von Pumpen und Gebläsen zwanglos ermöglicht.

Solche periodische Geschwindigkeitsänderungen sind übrigens innerhalb der einzelnen Zellenräume durch das Vorbeistreifen der Lauf- und Leitschaufelenden aneinander auch im normalen Beharrungszustande bedingt, der hiernach in der Ausdrucksweise der Physiker eine quasistationäre Bewegung darstellt. In der schon besprochenen Theorie des achsensymmetrischen Flusses wird diese Tatsache durch Abstraktion der unendlichen Schaufelzahl eliminirt, für eine der Wirklichkeit noch weiter angepaßte Theorie der dreidimensionalen Strömung ist dagegen ihre Beachtung oder doch mindestens die kritische Würdigung ihres Einflusses unerläßlich. Andererseits erübrigt sich für eine solche Theorie die Einführung des die unendliche Schaufelzahl ersetzenden Kraftfeldes und damit, wenigstens solange man an der Fiktion der reibungsfreien Flüssigkeit festhält, auch das Auftreten von Wirbeln. Die wirbelfreie Strömung besitzt aber auch im Falle zeitlicher Schwankungen nach den Untersuchungen von Helmholtz ein sog. Geschwindigkeitspotential, wovon man in der mathematischen Wellenlehre Gebrauch zu machen pflegt. Nach der Annahme des analytischen Ausdruckes für ein solches Potential berechnen sich daraus die einzelnen Geschwindigkeitskomponenten und mit Hilfe der aus der Kartenentwurfslehre bekannten Methode der winkeltreuen Abbildung die Strombilder. Auf die Kreiselräder angewandt liefern die Stromlinien die Form der Radwandungen sowie die Schaufelflächen, entlang denen sie unabhängig von periodischen Schwankungen verlaufen müssen. Da nun sowohl die Radwandungen, wie auch die Schaufeln gegenüber der Flüssigkeit als starre Körper zu betrachten sind, dürfen auch die Begrenzungsflächen praktisch brauchbarer Stromfäden von endlichen Querdimensionen keine zeitlichen Änderungen aufweisen. Der Züricher Professor Prášil, dem man den ersten Versuch einer dreidimensionalen Kreiselradtheorie verdankt, hat darum in seinen Ansätzen die periodische Veränderlichkeit der Stromfäden innerhalb der Laufradzellen zunächst vernachlässigt und sich mit einer der Wirbelfreiheit genügenden Annahme der Geschwindigkeitsänderung zwischen je zwei Schaufeln begnügt. Seine Behandlung entspricht daher noch nicht allen Erfordernissen der dreidimensionalen Strömung, liefert aber doch schon diskutable Strombilder als Unterlage für die Konstruktion von Turbinenrädern. Wenn man auf diesem Wege noch weitere Fortschritte erhoffen darf, so sind doch die entgegenstehenden analytischen Schwierigkeiten nicht zu übersehen, die der Ingenieur bisher durch zeichnerische Verfahren auf empirischer Grundlage mit Erfolg umgangen hat, allerdings meist ohne sich über das dynamische Verhalten der nach diesen Methoden gewonnenen Flüssigkeitsströmungen Rechenschaft zu geben. Immerhin begreift sich hieraus der schon früher erwähnte Widerstand mancher ausführender Ingenieure gegen hydrodynamische Theorien, denen sich naturgemäß solche akademische Lehrer angeschlossen haben, welche den neuen Gedankengängen nicht zu folgen vermochten.

Den bisher besprochenen theoretischen Untersuchungen liegt streng genommen immer eine sog. inkompressible Arbeits- oder Förderflüssigkeit zugrunde, deren Dichte also durch Druckänderungen nicht beeinflußt wird. Dies trifft nicht mehr zu, wenn es sich um den Energieumsatz stark elastischer Flüssigkeiten, wie von Dämpfen und Gasen in Dampfturbinen und Kreiselgebläsen für höhere Drücke handelt. Wohl gilt auch hierfür die Eulersche Fundamentalformel für das Drehmoment, dagegen treten in der Energiegleichung neben der mechanischen Arbeit Wärmemengen auf, die noch dazu mit den Arbeitsverlusten aufs engste zusammenhängen. Das Studium und die Be-

rechnung dieser in der Neuzeit immer weiter und rascher vordringenden Maschinen von meist großen Arbeitseinheiten erfordert daher ein Zurückgreifen auf die Lehren der Thermodynamik, die der Kreiselradkonstrukteur ebenfalls beherrschen muß. Man geht dabei gewöhnlich so vor, daß man die Dichteänderungen in den rotierenden Laufkränzen selbst, deren jeder einer Druck- oder Geschwindigkeitsstufe zugehört, zunächst vernachlässigt, d. h. den Austausch der verschiedenen Energiearten untereinander in die feststehenden Leitapparate verlegt. Dort nimmt somit die Arbeitsflüssigkeit erst die zum Betriebe des Turbinenrades notwendige hohe Geschwindigkeit unter Druckabfall an, während ihr bei Turbogebläsen die Geschwindigkeit durch die Laufradschaufeln erteilt wird, um später zwischen den Leitschaufeln unter Drucksteigerung wieder größtenteils zu verschwinden. Dabei kann es vorkommen, daß die Stromgeschwindigkeit beim Übergange vom Leitapparat in das Laufrad oder umgekehrt der Schallgeschwindigkeit in der Flüssigkeit nahe kommt oder sie gar überschreitet, womit ganz eigentümliche stoßartige Erscheinungen mit großen Energieverlusten verbunden sind, die man natürlich zu vermeiden sucht. Der Ingenieur ist daher gezwungen, auch derartige verwickelte Naturvorgänge in seine Studien einzubeziehen und kann sich dabei auf Ausflußversuche stützen, die schon um die Mitte des 19. Jahrhunderts die Franzosen De St. Venant und Wantzel angestellt hatten. Diese überaus wichtigen Versuche wurden damals sehr ungläubig aufgenommen und erst durch Zeuners und des Franzosen Hugoniot theoretische Arbeiten wissenschaftlich begründet, um dann im Anschluß an die Dampfturbinentheorie durch Stodola nicht nur eine glänzende Bestätigung, sondern auch eine erhebliche Erweiterung zu erfahren. Man darf wohl behaupten, daß durch diese ausschließlich von Ingenieuren herrührenden theoretischen und Experimentaluntersuchungen die wissenschaftliche Dynamik elastischer Flüssigkeiten erst angebahnt und damit ein aussichtsreiches, in den letzten Jahren viel bearbeitetes Gebiet der mechanischen Wärmetheorie durch technische Bemühungen erschlossen wurde.

Es ist gewiß bemerkenswert, daß all diese schönen Ergebnisse erzielt wurden, obwohl wir über die Ursache der Reibungswiderstände von Flüssigkeiten heute noch im unklaren sind, sobald die mittlere Geschwindigkeit einen bestimmten kritischen Wert übersteigt. Unterhalb dieser Geschwindigkeit bewegen sich die Flüssigkeitsteilchen in geordneten Bahnen nebeneinander, wobei nur die wohlbekannte innere Reibung als Widerstand in Frage kommt. Darüber hinaus aber tritt unter beträchtlicher Erhöhung des Widerstandes ein Zustand ein, den wir wegen des Durcheinanderwirbelns der einzelnen Stromfäden als Turbulenz bezeichnen, aber noch nicht im einzelnen mathematisch verfolgen können. Nach neueren Untersuchungen scheint es, als ob in diesem Falle ein Ablösen der Flüssigkeitsteilchen von den Wänden stattfindet, während die Geschwindigkeitsverteilung über den Stromquerschnitt derjenigen einer Potentialbewegung der reibungsfreien Flüssigkeit sehr nahe kommt. Diese Übereinstimmung bildet aber die stillschweigende Voraussetzung der oben gekennzeichneten Versuche einer hydrodynamischen Theorie der Kreiselräder, in denen die mittleren Stromgeschwindigkeiten überall die kritischen Werte übersteigen. Sie liefert auch die Erklärung für die Möglichkeit einer Theorie der schon erwähnten raschen Strömungen elastischer Flüssigkeiten, die somit trotz der Turbulenz im ganzen als durchaus geordnete Bewegungsvorgänge aufzufassen sind. Schließlich sei noch erwähnt, daß auch eine ganze Reihe neuartiger Probleme der Mechanik, insbesondere der dynamischen Festigkeitslehre durch die Entwickelung der Kreiselräder gestellt und gelöst worden sind, worüber die letzten Jahrgänge der technischen Zeitschriften ein reiches Material enthalten. Ich erinnere hierfür nur an die zahlreichen Resonanzerscheinungen infolge hoher Umlaufszahlen, die stets geeignet sind, den ruhigen Gang der Maschinen zu stören oder gar den Bestand einzelner Teile durch übermäßige Formänderungen zu gefährden. Der Ingenieur muß aber auch solche Betriebsbedingungen voraussehen und zu vermeiden suchen, da er für die Folgen von Zerstörungen unter Umständen nach unseren Gesetzen sogar strafrechtlich haftbar ist. Da lohnt es sich schon, mit allen Mitteln volle Klarheit zu gewinnen nicht nur über die Arbeitsweise der ganzen Maschine und der in ihr wirksamen Körper, sondern auch über das Verhalten der Einzelteile unter allen möglichen Betriebsbedingungen. Das leistet aber nur eine auf breiter empirischer Grundlage ruhende exakte Theorie, deren Pflege darum allen Jüngern der Technik nicht genug ans Herz gelegt werden kann.

(Eingegangen 2. Februar 1911.)

BESPRECHUNGEN.

A. Kalähne, Grundzüge der mathematisch-physikalischen Akustik. (Mathematisch-physikalische Schriften für Ingenieure und Studierende, herausgegeben von E. Jahnke. Band 11, 1.) I. Teil. VII und 130 S. mit 19 Figuren im Text. Leipzig, B. G. Teubner. 1910. Gebunden M. 3.60

Dieses ganz ausgezeichnete kleine Werk dürfte allgemein als grundlegende Einführung auch für ein tieferes Studium der Akustik zu empfehlen sein, ist aber vom Verfasser in erster Linie für den Nichtspezialisten gedacht.

Wer etwa sozusagen die Akustik mit elektrischen Hintergedanken studieren will, der kommt hier gut auf seine Rechnung. Die Darstellung ist knapp und sauber, das Buch infolgedessen relativ recht reichhaltig. Es hat ferner den besonderen Vorzug, die Theorie an gut gewählten Zahlenbeispielen, brauchbaren Tabellen und zweckmäßig erläuterten — auch quantitativ richtigen — Zeichnungen zu beleben. Der Inhalt ist ungefähr dieser: Schwingungen im allgemeinen. Fouriersche Reihen usw. Musikalische Gliederung des Tonbereichs. Systeme mit einem Freiheitsgrad; ungedämpfte und gedämpfte Eigenschwingungen. Resonanz ohne Rückwirkung. Erzwungene Schwingungen. Systeme mit mehreren Freiheitsgraden und gekoppelte Schwingungen.

Das Buch wird sich bald einführen. Hoffentlich erscheint auch der zweite Teil bald. H. Hörig.

H. Starke, Experimentelle Elektrizitätslehre; verbunden mit einer Einführung in die Maxwellsche und die Elektronentheorie der Elektrizität und des Lichts. Zweite, auf Grund der Fortschritte der Wissenschaft umgearbeitete Auflage. XVI und 662 S. mit 334 in den Text gedruckten Abbildungen. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner. 1910. Gebunden M. 12.—

Die vorliegende zweite Auflage des bekannten Buches weist gegen die von H. Th. Simon in dieser Zeitschrift **16**, 26, 1905, besprochene erste einen Zuwachs von 240 Seiten mit 59 Figuren auf.

Abgesehen von mannigfachen kleineren Zusätzen und Änderungen in den verschiedensten Kapiteln, ist der Abschnitt über Induktionserscheinungen jetzt mehr vom Maxwellschen Standpunkte aus dargestellt worden und der Teil über drahtlose Telegraphie hat ebenfalls eine Neubearbeitung erfahren. Ferner wurde der Elektrizitätsleitung in Gasen sowie der Radioaktivität besondere Sorgfalt gewidmet, und für die Anwendung der Elektronentheorie auf Phänomene der Optik und der metallischen Leitung findet man vollständig neue Abschnitte eingegliedert. Speziell das Kapitel über die Elektronentheorie der Metalle ist von vorzüglicher Klarheit; auch verdient es hervorgehoben zu werden, daß der Verfasser überall, wo es angebracht war, die Beziehungen zwischen Maxwellscher und Elektronentheorie in sehr glücklicher Weise dargelegt hat. Sehr gut ist auch das Schlußkapitel: eine ausgezeichnete Darstellung des Relativitätsprinzips.

Wenn das Werk auch in erster Linie für die Kreise der Studierenden berechnet ist — und wie mir scheint, ist es dem Verfasser recht gut gelungen, den diesbezüglichen Bedürfnissen gerecht zu werden —, so wird es auch dem Physiker von Fach manchen guten Dienst erweisen können. H. Hörig.

E. Pringsheim, Physik der Sonne. 8. 435 S. mit 235 Abbildungen und 7 Tafeln. Leipzig, B. G. Teubner. 1910. M. 16.—

Mit dieser vortrefflichen, aus Vorlesungen entstandenen Monographie wird einem gewissen Bedürfnis abgeholfen, da der Gegenstand in den Lehrbüchern der kosmischen Physik und Astrophysik doch etwas kurz wegkommt. Bei eingehender, durch schöne Bilder und zum Teil offenbar schwierig zu erfindende Demonstrationsversuche unterstützter Darstellung der erforschten Tatsachen wird auch eine sehr ausführliche und objektive Auswahl der Theorien mit besonderer Hinneigung zur Juliusschen Theorie gegeben. Besonders wertvoll sind die Beschreibungen und Bilder aus nicht leicht zugänglichen Arbeiten amerikanischer Forscher. Die Darstellung ist maßvoll populär und trotzdem auch bei schwierigeren Kapiteln, z. B. der Juliusschen Theorie, einigen Sätzen von Emden, sehr klar. Es wäre vielleicht besser, späterhin das Buch noch etwas esoterischer zu gestalten und z. B. die elementare Besprechung der Spektralanalyse und was damit zusammenhängt, zugunsten strengerer Ausführungen wegfallen zu lassen. v. Wartenberg.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Jena Dr. Wilhelm Eduard Pauli für Physik, an der Universität Kiel Dr. O. Stark für Chemie.

Ernannt: Die a. o. Professoren an der Universität Princeton Dr. William Gillepsie und Dr. George David Birkhoff zu ord. Professoren der Mathematik an derselben Universität, der Privatdozent für Geodäsie an der Technischen Hochschule Dresden Dr.-Ing. Reinhard Hugershoff zum a. o. Professor an der Forstakademie Tharandt (unter Beibehaltung seines Dresdner Lehrauftrags), der Professor der Differential- und Integralrechnung an der Faculté des sciences in Besançon Carrus zum ord. Professor der Mathematik an der Universität von Algier, der Professor für projektive und darstellende Geometrie an der Universität Cagliari Beppo Levi zum ord. Professor für mathematische Analysis an der Universität Parma.

Gestorben: Der Honorarprofessor der Physik an der Universität Lille Hanriot, der a. o. Professor für Astronomie an der Universität Leipzig Dr. Bruno Peter.

Gesuche.

Assistent für Mechanik

an der Technischen Hochschule zu Danzig für 1. April 1911 gesucht. Gehalt 1600 M. pro Jahr. Promovierter Physiker oder Mathematiker mit Interesse an theoretischen und Experimentaluntersuchungen in angewandter (technischer) Mechanik wollen sich unter Beifügung eines Lebenslaufes wenden an Prof. Dr. **Lorenz, Danzig-Langfuhr,** Techn. Hochschule.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.